



## Messunsicherheiten – Sicher ist sicher!

Fortbildungswoche:  
**Programm**  
im Heftinneren

## Impressum

PLUS LUCIS, Mitteilungsblatt des Vereins zur Förderung des physikalischen und chemischen Unterrichts und des Fachausschusses Physik & Schule der Österreichischen Physikalischen Gesellschaft (VZR: 668472729) Erscheint vierteljährlich

### Medieninhaber:

Verein zur Förderung des physikalischen und chemischen Unterrichts  
 Adr.: AECC Physik Universität Wien, Porzellangasse 4, Stiege 2, 1090 Wien  
 Web: <https://www.pluslucis.org>  
 Mail: [schriftenleitung@pluslucis.org](mailto:schriftenleitung@pluslucis.org)

### Redaktion:

Mag. Dr. Thomas Plotz (Leitung)  
 Mag. Sarah Zloklikovits

### Verantwortlicher Herausgeber dieser Ausgabe:

Mag. Dr. Clemens Nagel  
 Universität Wien, Experimentelle Grundausbildung und Hochschuldidaktik  
 E-Mail: [clemens.nagel@univie.ac.at](mailto:clemens.nagel@univie.ac.at)

Mag. Dr. Susanne Neumann, BA  
 Bildungsdirektion für Wien, Bundesrealgymnasium / VBS 14, Wien  
 E-Mail: [susanne.neumann@grg14.at](mailto:susanne.neumann@grg14.at)

### HerausgeberInnenteam:

Univ.-Prof. Dr. Claudia Haagen-Schützenhöfer  
 Universität Graz, Physikdidaktik  
 E-Mail: [claudia.haagen@uni-graz.at](mailto:claudia.haagen@uni-graz.at)

Univ.-Prof. Dr. Martin Hopf  
 Universität Wien, Physikdidaktik  
 E-Mail: [martin.hopf@univie.ac.at](mailto:martin.hopf@univie.ac.at)

Univ.-Prof. Dr. Anja Lembens  
 Universität Wien, Chemiedidaktik  
 E-Mail: [anja.lembens@univie.ac.at](mailto:anja.lembens@univie.ac.at)

Univ.-Prof. Dr. Thomas Wilhelm  
 Universität Frankfurt, Physikdidaktik  
 E-Mail: [wilhelm@physik.uni-frankfurt.de](mailto:wilhelm@physik.uni-frankfurt.de)

### Bezugshinweise:

Das Abonnement der Zeitschrift ist für Vereinsmitglieder im Mitgliedsbeitrag inkludiert.

Ein institutionelles Abonnement (z. B. für Bibliotheken) ist zum Bezugspreis von 40 Euro im Jahr möglich.

Offenlegung nach § 25 des Mediengesetzes Grundlegende Richtung: Fortbildung und fachliche Information für Physik- und ChemielehrerInnen, organisatorische Mitteilungen, Vereinsinterna.

Für die Inhalte der Artikel sind ausschließlich die namentlich genannten AutorInnen verantwortlich.

### Titelbild (Umschlag):

Schüler\*innen im Unterricht zu Messunsicherheiten für die Sek. 1  
 © Susanne Neumann

## Inhalt

Die Thematisierung von Messunsicherheiten im Physikunterricht – Eine Umfrage.....	4
<i>Clemens Nagel, Benjamin Lux &amp; Stephanie Steindl</i>	
Sicher ist sicher! Fachliche Klärung für die didaktische Rekonstruktion von Messunsicherheiten im Unterricht. ....	7
<i>Clemens Nagel</i>	
Messunsicherheiten im Schulalltag – eine Kurzanleitung für Interessierte.....	12
<i>Clemens Nagel</i>	
Umgang mit Messunsicherheiten im Physikunterricht.....	14
<i>Susanne Neumann, Clemens Nagel &amp; Hannah Loidl</i>	
Umgang mit Messunsicherheiten im Unterricht 2.....	18
<i>Hannah Loidl</i>	
Den Umgang mit Daten und Messunsicherheiten lernen – Digitale Apps für ein wichtiges Thema.....	24
<i>Engin Kardaş &amp; Tobias Ludwig</i>	
Daten bewerten – wann wird die Unsicherheit zu einem kritischen Faktor?.....	33
<i>Susanne Heinicke &amp; Julia Welberg</i>	
Bin ich wirklich schneller als mein Sitznachbar? .....	36
<i>Susanne Neumann</i>	
Wie viel ist eine Prise Salz?.....	39
<i>Burkhard Priemer, Johannes Schulz &amp; Stephen Mayer</i>	
Experiment der Woche – Der radioaktive Ballon.....	42
<i>Clemens Nagel</i>	

---

# Editorial

Liebe Kolleg\*innen,

wenn wir an den Begriff „Messunsicherheiten“ denken, erinnern sich viele von uns in erster Linie an ihre eigene Studienzeit zurück. Wie viele Stunden haben wir nicht damit verbracht, Messunsicherheiten (damals historisch gewachsen noch als „Messfehler“ bezeichnet) mit Hilfe des Gauß'schen Fehlerfortpflanzungsgesetzes auszurechnen. So richtig überzeugt waren wir wohl alle nicht davon, dass der richtige Umgang mit Messunsicherheiten zu den wichtigsten Aspekten der Naturwissenschaft gehört. Und wenn wir ehrlich sind: Wie oft thematisieren wir dieses Thema denn in unserem eigenen Unterricht?

Doch im gesellschaftlichen Diskurs ist dieses Thema durchaus von Relevanz: Kann man wirklich behaupten, dass Impfstoff A besser wirkt als Impfstoff B? Hat Partei X tatsächlich deutlich bessere Umfragewerte als Partei Y? Für die Interpretation von empirischen Daten ist es unerlässlich auch anzugeben, wie verlässlich die Daten sind. Nur so können die Ergebnisse mit Hypothesen oder Referenzwerten verglichen werden. Messunsicherheiten sind also wichtige Informationsträger. Sie sagen uns, wie sehr man einem Ergebnis vertrauen darf, wie präzise und/oder wie richtig es gemessen wurde. Auch in den Lehrplänen spielt das Thema „Messunsicherheiten“ eine Rolle – immerhin ist die Frage, wie die Naturwissenschaften denn zu ihren Erkenntnissen kommen, von großem Interesse für mündige Bürger\*innen.

Doch wie sieht die Situation im aktuellen Physikunterricht aus? Wird das Problemfeld „Zuverlässigkeit einer Messung“ überhaupt thematisiert? Dieser Frage geht der erste Artikel in diesem Themenheft auf den Grund: Benjamin Lux, Stephanie Steindl und Clemens Nagel präsentieren eine Bestandsaufnahme, die auf einer Umfrage unter österreichischen Lehrkräften basiert.

Clemens Nagel liefert mit seinem Artikel „Sicher ist sicher! Fachliche Klärung für die didaktische Rekonstruktion von Messunsicherheiten im Unterricht.“ zunächst ein fachliches Fundament zu unserem Themenheft. Für viele von uns hält der Artikel Überraschungen bereit: die Begriffe „systematischer Messfehler“ und „statistischer Messfehler“ sollten nämlich längst nicht mehr in Verwendung sein, da eine internationale Norm seit mehr als 40 Jahren die Verwendung anderer, eindeutigerer Begriffe empfiehlt. Im darauffolgenden Artikel präsentiert Clemens Nagel Vorschläge, wie diese Begriffe auf unterschiedlichen Leistungsniveaus in den Unterrichtsalltag Einzug halten können. Zwei konkrete Unterrichtskonzepte werden dann in den beiden nächsten Artikeln von Hannah Loidl, Susanne Neumann und Clemens Nagel vorgestellt.



Susanne Neumann



Clemens Nagel

Dass das Thema „Messunsicherheiten“ natürlich auch mit digitalen Lernumgebungen wunderbar umzusetzen ist, zeigen Engin Kardaş und Tobias Ludwig. In ihrem Artikel werden 12 digitale Lernumgebungen vorgestellt, die im Rahmen des Forschungsprojekts „Förderung der Argumentationsfähigkeit beim Experimentieren im Physikunterricht“ an der Pädagogischen Hochschule Karlsruhe entstanden sind. Alle vorgestellten Lernumgebungen sind online zugänglich und können jederzeit im eigenen Unterricht ausprobiert werden.

Noch weiter in die naturwissenschaftliche Arbeitsweise führen uns die nächsten beiden Artikel. Susanne Heinicke und Julia Welberg gehen der Frage nach, wann denn die Unsicherheit bei der Interpretation der Werte eine entscheidende Rolle spielt. In ihrem Artikel werden Beispiele aus dem Schulalltag präsentiert, bei denen die Größe der Messunsicherheit tatsächlich maßgeblich beeinflusst, welcher Schluss aus den Daten gezogen werden darf. Auch im darauffolgenden Artikel von Susanne Neumann steht diese Frage im Vordergrund: Die Schüler\*innen messen ihre eigene Reaktionsgeschwindigkeit und müssen dann entscheiden, ob sie tatsächlich schneller sind als ihr\*e Banknachbar\*in. Zum Einsatz kommt dabei der in „richtigen“ empirischen Studien oft verwendete t-Test. Es erwartet die Schüler\*innen eine Unterrichtseinheit, die (trotz der schwierig klingenden Thematik) definitiv für viel Spaß sorgt.

Den Abschluss dieses Themenhefts bildet ein Artikel, der uns alle noch einmal zum Nachdenken bringen soll. Im Artikel „Wieviel ist eine Prise Salz?“ beschreiben Burkhard Priemer, Johannes Schulz und Stephen Mayer die Herausforderung Messgrößen im Alltag objektiv zu fassen. Der Kontext „Kochen und Backen“ passt dazu ausgezeichnet.

Wir hoffen, dass Ihnen das vorliegende Themenheft nicht nur einen tieferen fachlichen und fachdidaktischen Einblick in die Thematik der Messunsicherheiten bieten konnte. Probieren Sie doch die eine oder andere konkrete Idee für den Schulalltag aus. Wir wünschen Ihnen dabei gutes Gelingen!

**Susanne Neumann und Clemens Nagel**

# Die Thematisierung von Messunsicherheiten im Physikunterricht – Eine Umfrage

Clemens Nagel, Benjamin Lux & Stephanie Steindl

## 1. Einleitung

Seit Anfang der 1970er Jahre wird versucht, den Umgang mit Fehlern und Unsicherheiten weltweit zu standardisieren. Hierbei wird eine strenge Unterscheidung zwischen Fehlern, die korrigierbar und zu vermeiden sind, und Messunsicherheiten, die unvermeidbar sind, getroffen. Der alte Begriff „statistischer Fehler“ wurde durch die „Typ-A-Messunsicherheit“ ersetzt. Die „Typ-B-Messunsicherheit“ entspricht dem „unbekannten systematischen Fehler“ des Messgerätes. Diese neuen Definitionen wurden 1993 im „GUM“ (Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement[1]) veröffentlicht und 2008 in die ISO-Norm aufgenommen [2].

Da im Anfängerpraktikum an der Universität Wien oft festgestellt wird, dass neue Studierende erhebliche Schwierigkeiten im Umgang und mit dem Verständnis von Messunsicherheiten haben, schlug der Autor im Rahmen des von ihm geleiteten Bachelorseminars vor, der Thematisierung in der Schule nachzugehen. So entstand die Forschungsfrage „Wie intensiv behandeln Physiklehrer\*innen in Österreich das Thema der Messunsicherheiten in ihrem Unterricht?“.

## 2. Das Umfrageinstrument

Zur Beantwortung der Forschungsfrage wurde ein quantitatives Befragungsinstrument (Online-Umfrage) entwickelt. Bevor die Umfrage allerdings erstellt wurde, wurden Intensivinterviews [3, 4] mit AHS-Lehrer\*innen geführt. Ein Intensivinterview erfordert einen Interviewleitfaden, welcher aus Schlüsselfragen und Eventualfragen besteht. Schlüsselfragen bilden das Grundgerüst des Interviews und werden auf jeden Fall gestellt. Eventualfragen werden gestellt, soweit die Situation es zulässt [3, 4]. Tonaufnahmen der Interviews erleichtern die Auswertung dieser. Die Auswertung verlief in vier Phasen [5]: Transkription, Einzelanalyse (Reduktion und Kodierung), Generalisierende Analyse (aus Codes werden Kategorien), Kontrollphase (Überprüfung der Kategorisierung). Aus den Interviewauswertungen wurde anschließend eine so genannte Themenmatrix [6] erstellt, auf der die wichtigsten Aussagen kategorisiert und verglichen wurden. Mit Hilfe dieser Themenmatrix wurden schließlich die Fragen des Fragebogens erstellt.

Bei der Erstellung des Fragebogens wurde darauf geachtet, dass dieser klar formuliert, übersichtlich und auf das Wesentliche konzentriert ist, denn es besteht zwischen der befragten

Person und dem Fragensteller nicht unbedingt ein persönlicher Kontakt [4]. Dies bedeutet, dass die befragte Person bei Unklarheiten nicht nachfragen kann, was den Aufbau der Umfrage beeinflusst. Es wurden daher vermehrt geschlossene Fragen und nur wenige offene Fragen gestellt. Der fertig konstruierte Fragebogen ist in folgende vier Teile unterteilt:

- **Demografische Daten:**  
Beinhaltet Fragen über Geschlecht, Alter, Dienstjahre, Schultyp, Bundesland etc.
- **Eigenwissen:**  
Beinhaltet Fragen zur Selbsteinschätzung, sowie zur Wissensüberprüfung der Befragten hinsichtlich des Konzepts von Fehlern und Messunsicherheiten. Weiters wurde über die Quelle des Wissenserwerbs, sowie über das Empfinden der Thematisierung an der Universität gefragt.
- **Unterricht:**  
Beinhaltet Fragen über das Ausmaß und die Art und Weise, wie Lehrer\*innen Messunsicherheiten bzw. Messfehler in ihrem Unterricht thematisieren, sowie bei welchen Inhaltsbereichen ihnen die Thematisierung besonders wichtig ist.
- **Weiterbildung:**  
Fragt nach dem Ausmaß, in dem sich Lehrer\*innen mit ihren Kolleg\*innen über Messunsicherheiten bzw. Messfehler austauschen.

Bevor der Fragebogen zur Beantwortung freigegeben wurde, wurde noch ein Feedback von Expert\*innen eingeholt und ein Pretesting (Think-Aloud-Interview mit Probing-Fragen vgl. [7]) zur Sicherung der Validität durchgeführt.

## 3. Ergebnisse

### 3.1 Die Stichprobe

Die Umfrage war von 14.-31. Mai 2018 freigeschaltet und es erfolgte ein Teilnahmeaufruf durch die PlusLucis-Mailingliste. An der Umfrage nahmen 63 Personen teil. Davon sind 36 männlich und 26 weiblich. Eine Person identifiziert sich mit einem anderen Geschlecht. Dabei ist das Alter ziemlich gleichverteilt, wobei es einen leichten Peak bei 50-59 (15 Personen) gibt. Die relative Mehrheit der Teilnehmenden unterrichtet seit weniger als fünf (14 Personen) bzw. seit über dreißig (17 Personen) Jahren. Der Großteil unterrichtet in Wien (37) und an einem Gymnasium (48). Auf Grund dieser Stichprobe ist die Umfrage nicht repräsentativ, da sie keine Abbildung der Grundgesamtheit darstellt.

### 3.2 Eigenwissen

Es hat sich gezeigt, dass unter den Umfrage-Teilnehmer\*innen hauptsächlich die alten Begriffe (statistischer und systematischer Fehler) bekannt sind und nur ein Bruchteil der Befragten mit den Begriffen Typ-A- und Typ-B-Messunsicherheiten vertraut ist. Jene Personen, die die neuen Begriffe kennen, schnitten bei den gestellten Wissensfragen besser ab, sie differenzieren auch in ihrem Unterricht mehr zwischen Fehlern und Unsicherheiten und legen signifikant mehr Wert auf die Thematisierung im Unterricht, zumal ihnen das Thema auch persönlich wichtiger ist. Es zeigte sich außerdem, dass jene Lehrer\*innen, die ihr Wissen zu Messunsicherheiten aus anderen Quellen als aus dem Studium (Eigenerwerb, Fortbildungen, Austausch mit Kolleginnen und Kollegen) beziehen, öfter angaben, die neuen Begriffe zu kennen. Wie in Abb. 1 zu sehen ist, empfanden Lehrer\*innen die Thematisierung von Messunsicherheiten in ihrer Ausbildung generell als positiv. Weiters wird die Thematik als persönlich wichtig und – als Teil der Allgemeinbildung – für alle Schüler\*innen von Bedeutung erachtet. Aus den Vergleichstests (t-Test) (siehe [2]) tritt zudem hervor, dass das Alter oder Dienstalter der teilnehmenden Personen keine Relevanz in Bezug auf das persönliche Empfinden der Thematisierung an der Universität hat.

### 3.3 Unterricht

Aus Abb. 1 ist ebenfalls herauszulesen, dass im Unterricht kaum zwischen den Begriffen des Fehlers und der Unsicherheit differenziert wird und lediglich Ursachen für Abweichungen aufgezählt werden. Als Gründe für eine Vernachlässigung der Thematisierung von Messunsicherheiten im Unterricht gaben viele Lehrer\*innen an, dass sie dadurch zu wenig Zeit für andere Themen zur Verfügung hätten.

Abgesehen davon, dass es sich dabei um ein allgemeingültiges Problem von Lehrer\*innen aller Fächer an allen Schulen handelt, wurde doch der wichtigste Grund angeführt, dass es keine Unterrichtskonzepte zur Thematik gibt und dass Schulbücher es ebenfalls nicht aufgreifen. Als Grund wurde auch öfter angegeben, dass es für Schüler\*innen als zu schwierig und uninteressant erachtet wird bzw. das Wissen der Lehrperson selbst unzureichend ist. Die Mehrheit der Befragten ist der Meinung, Messunsicherheiten seien nicht hinderlich für den Lernprozess ihrer Schüler\*innen. Sie wünscht sich ebenfalls eine Thematisierung von Messunsicherheiten in anderen Schulfächern. Entgegen der Erwartungen hat das Alter der befragten Personen weder auf die Bekanntheit der Begriffe, noch auf die Umsetzung im Unterricht, noch auf die persönliche Wichtigkeit einen Einfluss. Diejenigen, die Messunsicherheiten (und Fehler) im Unterricht thematisieren, tun dies überwiegend nur bei Messungen, besonders häufig im Mechanik-Unterricht und deutlich weniger bei anderen inhaltlichen Bereichen.

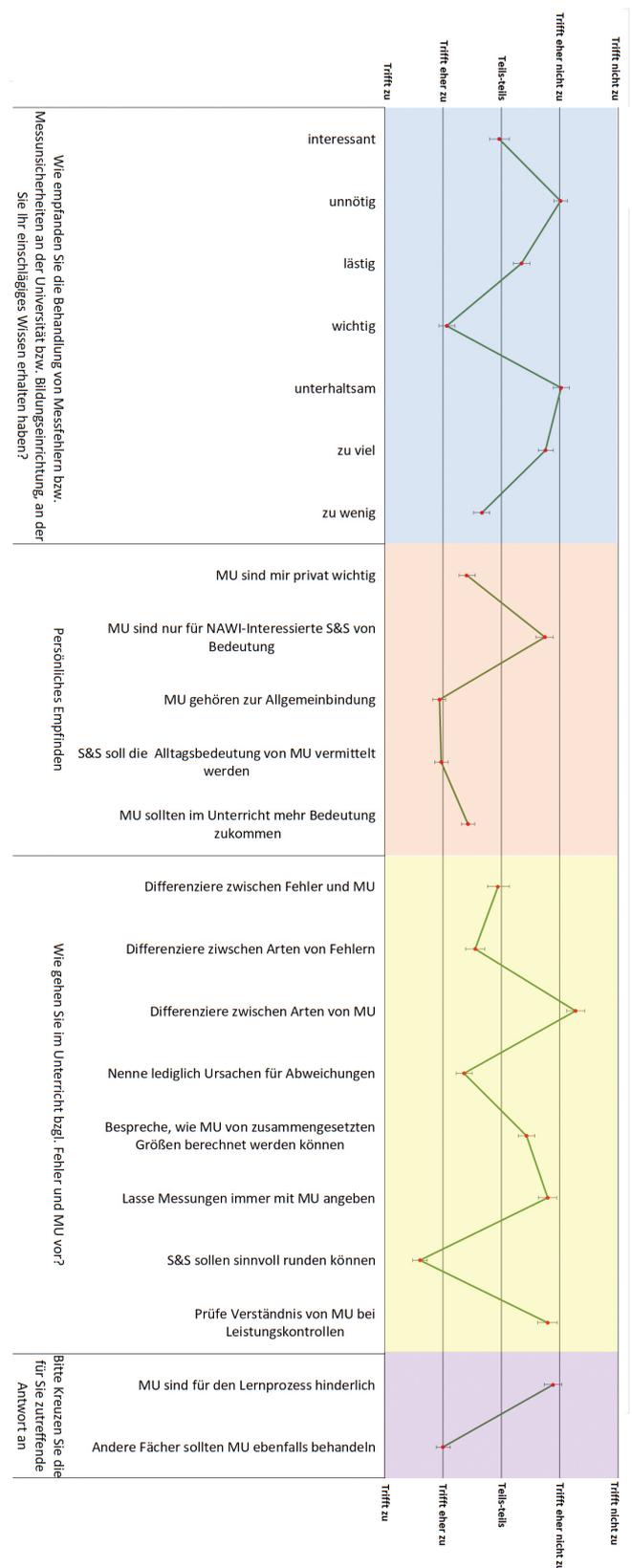


Abbildung 1: Pattern-Analyse Messunsicherheiten, ausgewählte Fragen

### 3.4 Weiterbildung

Zum Thema des Austausches über Messunsicherheiten bzw. Messfehler mit Kolleg\*innen, gab fast die Hälfte (30) der Befragten an, sich gar nicht auszutauschen. Weiters gaben 19 Personen an, sich schulintern mit Kolleg\*innen auszutauschen. 8 Personen gaben an, sich privat und ebenfalls nur 8 Personen auf Fortbildungen mit Kolleg\*innen über Messunsicherheiten bzw. Messfehler auszutauschen.

### 4. Fazit und Ausblick

Der Umfrage ist zu entnehmen, dass die Bedeutung von Messunsicherheiten und deren zugrundeliegenden Konzepte nur wenigen Lehrer\*innen während ihrer Ausbildung nachhaltig nähergebracht wurde. Dem wird gegenwärtig schon entgegengesteuert, indem in der experimentellen Grundausbildung ein größerer Schwerpunkt auf das Verständnis von Messunsicherheiten gelegt wird. Zudem sollten Weiterbildungsformate angeboten werden. Des Weiteren benötigt diese Thematik dringend weitere (fachdidaktische) Forschung,

beispielsweise in Form einer Entwicklung von Unterrichtskonzepten (Design Based Research). Zudem könnte das konsistente und immer wiederkehrende Aufgreifen von Messunsicherheiten in Schulbüchern Lehrer\*innen bei der Umsetzung im Unterricht Abhilfe verschaffen, da sich laut der Studie viele Lehrpersonen nicht zutrauen, die Thematik schülergerecht aufzubereiten. In diesem Zusammenhang sollten auch Vorschläge entwickelt werden, wie die Analyse, Diskussion und Beurteilung von Messunsicherheiten schlüssig und konzeptuell richtig auch in anderen Unterrichtsfächern eingebaut werden können.

---

**Clemens Nagel** *Senior Lecturer an der Universität Wien, Fakultät für Physik, Experimentelle Grundausbildung und Hochschuldidaktik*  
**Benjamin Lux, BEd** *Lehrer für Physik und Mathematik am BG/BRG Perchtoldsdorf*  
**Stephanie Steindl, BEd** *Lehrerin für Physik und Biologie an der WMS/RG/ORG Antonkriegergasse*

### Literatur

- [1] Internationale Organisation für Normung (2008): ISO/IEC Guide 98-3:2008: Uncertainty of measurement – Part 3: Guide to the expression of uncertainty in measurement. Genf: ISO.
- [2] Nagel, C. (2017): Einführung in experimentelles Arbeiten. Von der Planung eines Experiments bis zu Publikation analysierter Messdaten. Skriptum zur gleichnamigen VUE. Wien: Universität Wien.
- [3] Friedrichs, J. (1973): Methoden empirischer Sozialforschung. 14. Auflage. Opladen: Westdeutscher Verlag GmbH.
- [4] Altrichter, H.; Posch, P. (2007): Lehrerinnen und Lehrer erforschen ihren Unterricht. 4. Auflage. Bad Heilbrunn: Verlag Julius Klinkhardt.
- [5] Lamnek, S.; Krell, C. (2016): Qualitative Sozialforschung. 6. Überarbeitete Auflage. Weinheim: Beltz Verlag.
- [6] Kuckartz, U. (2010): Einführung in die computergestützte Analyse qualitativer Daten. 3. aktualisierte Auflage. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- [7] Prüfer, P. & Rexroth, M. (2005). Kognitive Interviews. ZUMA How-to-Reihe, Nr. 15. Zentrum für Umfragen, Methoden und Analysen, Mannheim. [https://www.gesis.org/fileadmin/upload/forschung/publikationen/gesis\\_reihen/howto/How\\_to15PP\\_MR.pdf](https://www.gesis.org/fileadmin/upload/forschung/publikationen/gesis_reihen/howto/How_to15PP_MR.pdf)

# Sicher ist sicher! Fachliche Klärung für die didaktische Rekonstruktion von Messunsicherheiten im Unterricht.

Clemens Nagel

## 1. Einleitung

Messunsicherheiten im naturwissenschaftlichen Unterricht sind wie ein Beistrich – sie werden oft falsch eingesetzt oder einfach vergessen.

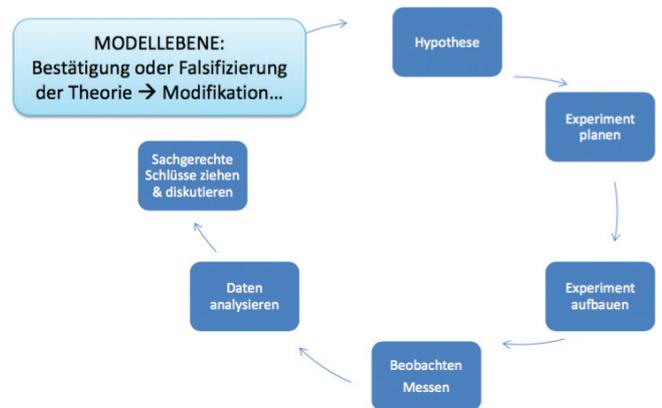
Doch ohne Messunsicherheiten wäre jede (natur)wissenschaftliche Arbeit ohne Aussagekraft. Ergebnisse könnten nicht mit Hypothesen oder Vergleichswerten verglichen werden. Man könnte nicht einmal schlüssig behaupten, ob zwei Messwerte gleich oder verschieden sind. Messunsicherheiten sind wichtige Informationsträger. Sie sagen uns, wie sehr man einem Ergebnis vertrauen darf, wie präzise und/oder wie richtig es gemessen wurde. Ohne diese Information ist keine Interpretation von empirischen Daten gerechtfertigt. Dennoch lastet auf den Messunsicherheiten scheinbar ein zweiseitiger Fluch: Meine Erfahrungen als Lehrender des physikalischen Anfängerpraktikums an der Universität Wien zeigen mir einerseits, dass die Studierenden das Berechnen von Messunsicherheiten mitunter als allerlästigstes Übel überhaupt auffassen und andererseits, dass sich zahlreiche Forscher\*innen nicht in das enge Sprachkorsett der ISO-Norm für Messunsicherheiten (GUM – Guide to the Expression of Uncertainties in Measurement [1]) zwingen lassen wollen. Das ist eine schwierige Situation für die Lernenden, die mit der Einführung einer neuen Pflichtlehrveranstaltung im neuen BSc-Curriculum an der Universität Wien entschärft werden soll. In „Einführung in das experimentelle Arbeiten“ lernen die Studierenden hier bereits im 2. Studiensemester die wichtigsten Techniken und theoretischen Grundlagen rund um das Messen, Auswerten, Analysieren und Dokumentieren von Ergebnissen und ihren Messunsicherheiten. Sie lernen Ergebnisse richtig zu runden und was der Unterschied zwischen (systematischen) Fehlern und Messunsicherheiten ist.

Der folgende Aufsatz soll einen kurzen Abriss der wichtigsten Grundlagen von Messfehlern und Messunsicherheiten aus genau dieser Lehrveranstaltung bieten. Ich habe mich dabei bemüht, die Thematik möglichst verständlich aufzubereiten, um damit eine fachliche Klärung zu bieten, die als Basis für eine schüler\*innen-gerechte didaktische Rekonstruktion dienen kann.

## 2. Quellen von Fehlern und Unsicherheiten

Beim Experimentieren können an vielen Stellen während des Prozesses der Erkenntnisgewinnung Fehler und Messunsicherheiten entstehen. Um diese Vielfältigkeit aufzuzeigen, wollen

wir uns das Modell der experimentellen Kompetenz nach [2] in Abb. 1 näher ansehen.



**Abbildung 1:** Schema notwendiger Schritte im Modell der experimentellen Kompetenz nach [2]

Bei jedem einzelnen dieser Schritte können sowohl Fehler gemacht werden, als auch messunsichere Daten erhoben werden. Man stelle sich nur ein einfaches Fadenpendelexperiment vor, mit dem die Erdbeschleunigung bestimmt werden soll: Beim Aufstellen der Hypothese allein kann man schon eine der zahlreichen Vereinfachungen übersehen (Punktförmige Masse statt ausgedehnter Körper, Gültigkeit des Modells nur für kleine Winkel, Reibung verursacht Dämpfung mit Frequenzverschiebung, ...). Bei der Planung des Experiments können externe Einflüsse übersehen werden (z. B. elektrische und magnetische Felder, Abhängigkeit der Erdbeschleunigung von Breitengrad und Höhenniveau, ...). Beim Messen können systematische Fehler passieren und jedes Messergebnis hat natürlich immer eine Messunsicherheit.

*Versuchen Sie einmal, sich ein Experiment auszudenken, in dem es keine Fehler oder Messunsicherheiten geben kann. Schnell sind hier „Zählungen“ genannt: „Wie viele Äpfel sind im Obstkorb?“ Mögliche Antwort: „Drei“ (ohne Messunsicherheit).*

Doch halt! Wo ist hier die wissenschaftliche Fragestellung geblieben? Wissenschaft im Allgemeinen und Physik im Speziellen will Modelle (weiter-)entwickeln (vgl. [3], Hertz'sches Verständnis von Modellen). Hierfür ist es unerlässlich, Ausgangs- und Endbedingungen eines Experiments mit Hilfe von Messungen zu beobachten. Erst dann darf aus dem Experiment ein logischer Schluss gezogen werden. In der obigen Fragestellung fehlt zunächst das Modell, das durch Messungen versucht wird zu falsifizieren (Wissenschaftstheorie nach Popper [4]). Also lassen wir uns eine Hypothese zu einem

fiktiven Modell einfallen: „Hat Marina heute Vormittag einen Apfel gegessen?“ Wenn nun eine Messung mit Anfangs- und Endbedingungen durchgeführt werden soll, um diese Frage zu beantworten, muss einmal vor heute Vormittag gemessen werden und einmal nach heute Vormittag. Diese Randbedingungen können nur durch eine weitere Messung sichergestellt werden, nämlich durch eine Zeitmessung. Und damit kommt die Unsicherheitskomponente in das Zählexperiment mit den drei Äpfeln.

**Jeder wissenschaftlich relevante Datenwert hat eine Unsicherheit (sie ist der Reziprokwert der Verlässlichkeit eines Datenwerts).**

### 3. Der Unterschied zwischen Fehler und Unsicherheit

Früher wurde an den Universitäten und Hochschulen nur von Fehlern gesprochen. Man unterschied systematische und statistische Fehler. Statistische Fehler waren zufällige Abweichungen einzelner Messwerte vom wahren Wert, systematischen lag eine formal berechenbare (also vorhersagbare) Abweichung vom wahren Wert zugrunde. Die historische Übersetzung von C. F. Gauß' Werk *Theoria combinationis observationum erroribus minimis obnoxiae* [5] (Theorie der den kleinsten Fehlern unterworfenen Kombination der Beobachtungen) von 1821/23 hatte zur Folge, dass sich der Begriff des Fehlers allein über die Jahrhunderte erfolgreich festigte. Seine statistische Fehlerrechnung war und ist das Herzstück für den Umgang mit zufällig unterschiedlichen Messungen. Was aber tut man mit Messgeräten, die immer nur ein und denselben Messwert anzeigen (z. B. Längenmessung mit dem Lineal)? Nach Gauß lässt sich hierfür keine Berechnung anstellen. Der Gesetzgeber empfiehlt die Anwendung der ISO/IEC Guide 98-3:2008-09, kurz „GUM“ – Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement [1] – genannt. Diese ISO-Norm basiert einerseits auf einer Empfehlung des CIPM (Internationales Komitee für Maß und Gewicht) und andererseits einer Empfehlung der ArGe zur Angabe von Messunsicherheiten der BIPM (internationales Büro für Maß und Gewicht), die auch Herausgeber des GUM sind. Die Anfänge des GUM reichen bis in das Jahr 1978 zurück. Zu jener Zeit hatte eine deutsche Großforschungseinrichtung ein Seminar über die Angabe der Messunsicherheit veranstaltet. Im Rahmen des Seminars wurde deutlich, dass das von Gauß tradierte Konzept der statistischen Fehlerrechnung unvollständig ist. In der Tat hatte Gauß einen zweiten, von ihm selbst sehr wohl erkannten und diskutierten Fehler, den unbekannt systematischen Fehler, in seinen Formalismen nicht ausreichend zu Tragen gebracht, vgl. [11]. Vor dem Hintergrund fortgeschrittener Methoden der Metrologie und der wirtschaftlichen Globalisierung mit ihrem Streben nach Normen und Vergleichbarkeit, ließ sich diese Tatsache jedoch nicht länger hinnehmen. Allerdings sah sich der GUM, parallel zu seinem Entstehen in den Folgejahren, stets der Kritik ausgesetzt. 1995 wurde der GUM mit einem Korrekturblatt versehen, 2008 überarbeitet, um ein Beiblatt

ergänzt und neu herausgegeben. Das Beiblatt beschreibt die Anwendung der Monte-Carlo-Methode zur Ermittlung der Messunsicherheit, auf welche im vorliegenden Artikel nicht näher eingegangen wird.

Gibt es nun keine Fehler mehr? Oh doch, Fehler wird es immer geben. Auch Gauß hatte ja nicht unrecht in seiner Beschreibung. Hier ist ja immer die Rede von Abweichungen (=Fehler) bezüglich des wahren Wertes. Das Problem hierbei ist nur: **Der wahre Wert kann niemals bekannt sein!** Wäre er das, so würde der Grundsatz von Poppers Wissenschaftstheorie [4] gebrochen werden, dass Modelle niemals verifiziert werden können. Die Normung hat jedoch nach präziser verbaler Abgrenzung verlangt. Daher sollte man heute von einem Fehler sprechen, wenn es sich wirklich um einen (bestimmbaren) Fehler handelt. **Fehler von Messungen müssen vor dem Experiment bereits vermieden oder anschließend an selbiges korrigiert werden** (wenn es möglich ist)

**Grobe Fehler** sind Abweichungen von einem Referenzwert (z. B. Eichnormal), die nicht mehr korrigierbar sind, wie etwa Fehlüberlegung, Bedienungsfehler und/oder Ablesefehler bei Messgeräten, Rechenfehler, falsche Datenauswertungen, etc.

**Systematische Fehler** sind in Betrag und Richtung bekannte Abweichungen von einem Referenzwert (z. B. Eichnormal), die sich bei gewollten Veränderungen der Messbedingungen gesetzmäßig. Wird ein systematischer Fehler entdeckt, so können die Messwerte korrigiert werden, sodass diese dem wahren Wert systematisch näher kommen. Z. B. ein Kalibrierfehler eines Drucksensors wird durch Vergleich mit einem Quecksilbermanometer (Toricellibarometer) entdeckt und korrigiert.

**Unsicherheiten hingegen sind prinzipiell unvermeidbar.** Man unterscheidet grundsätzlich zwei unterschiedliche Methoden, die Unsicherheit von Messwerten zu bestimmen: **Typ-A- und Typ-B-Messunsicherheiten.** Unsicherheiten werden mit der Maßzahl des Ergebnis mitgenannt z. B.  $x \pm u_x$ .

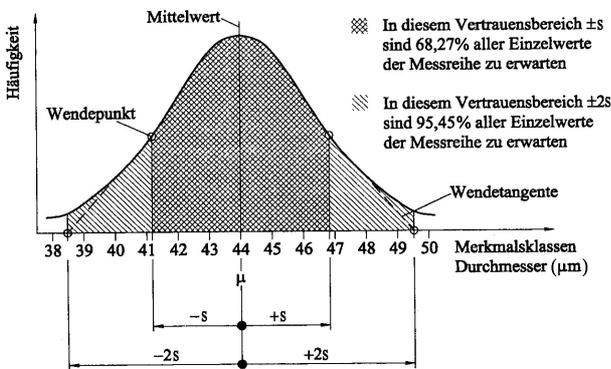
### 4. Typ-A-Messunsicherheiten

Diese werden mit Methoden der Statistik induktiv bestimmt. Man macht mehrere Messungen (eine Messreihe) und wendet auf die empirische Häufigkeitsverteilung ein passendes mathematisches Modell einer Wahrscheinlichkeitsverteilung an, um den besten Schätzer für den wahren Wert und seine Streuung zu erhalten. Möglich sind hier z. B. Gauß-Verteilung oder auch Poisson-Verteilung u.v.a.m. Der Streuparameter für wissenschaftliche Messreihen mit hinreichend großem Stichprobenumfang  $n$  ist die (Typ-A)-Messunsicherheit  $u$  („uncertainty“), die auch als Standardabweichung des Mittelwertes bekannt ist. (Manchmal wird die Standardabweichung des Mittelwertes aus dem Englischen fälschlicherweise als „Standardfehler“ rückübersetzt.) Sie berechnet sich aus der Standardabweichung  $s$  über

$$u_x = \frac{s_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n \cdot (n-1)}} \quad (1.1)$$

für normalverteilte Stichproben. Für anders verteilte Stichproben variiert die Berechnung von  $s$ .

Warum die Standardabweichung des Mittelwertes und nicht jene der Stichprobe? Wenn Messreihen zu wissenschaftlichen Zwecken ausgewertet werden, so werden in der Regel deren Mittelwerte und ihre Streuungen und nicht die Streuung der Einzelmesswerte miteinander verglichen. Man möchte wissen, mit welcher Wahrscheinlichkeit der nächste Mittelwert einer gleich großen Stichprobe in dem benannten Intervall  $\bar{x} \pm u_x$  auftaucht (vgl. Abb. 2). Mittelwerte streuen zudem geringer um den wahren Wert als Einzelmesswerte und ihre Streuung nähert sich im Unendlichen Null an (vgl. Abb. 3), wohingegen die Standardabweichung der Stichprobe zu einem festen positiven Wert  $\sigma$  konvergiert. Für die Messunsicherheit bedeutet das, dass im unerreichbaren Fall unendlich vieler Messwerte der wahre Wert letztlich bekannt wäre.

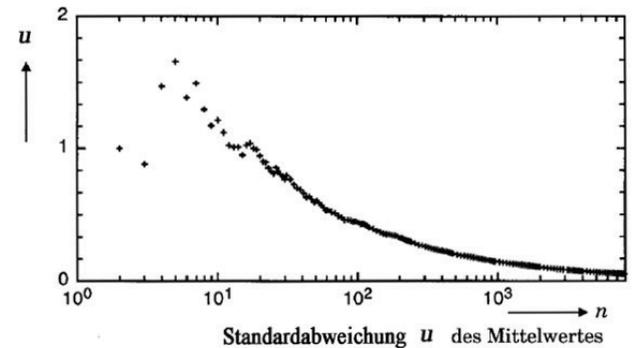
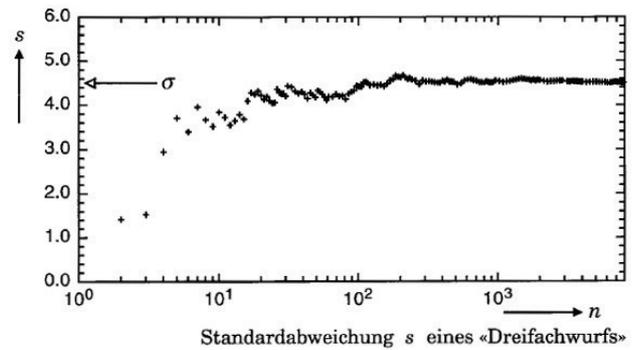


**Abbildung 2:** Allgemeine Gauß-Verteilungsfunktion.  $s \rightarrow \sigma$  im Modell [7]

Was in Abb. 3 ebenfalls gut erkennbar ist, ist die Tatsache, dass  $s$  und  $u$  einer Stichprobe erst ab einem bestimmten Stichprobenumfang hinreichend nahe bzw. zuverlässig an den Modellwert herankommt. Speziell  $s$  ist für kleine Stichproben eher kleiner als für große. Es kommt nicht von ungefähr, dass für eine vernünftige Stichprobengröße mindestens  $n=10$  verlangt wird.

## 5. Typ-B-Messunsicherheiten

Diese werden mit anderen Methoden als der Statistik deduktiv bestimmt. Bereits eine einzelne Messung besitzt eine Messunsicherheit, die von der Herstellung, Funktionsweise und Beschaffenheit des Messgerätes abgeleitet werden kann. Sie ist quasi „miteingebaut“. Es existieren zahlreiche unterschiedliche Komponenten der Typ-B-Messunsicherheit, jedoch hat jedes Messgerät mit einer Messskala zumindest immer drei Haupttypen, welche in Folge näher betrachtet werden.



**Abbildung 3:** Würfelexperiment mit 3 neunseitigen Würfeln [7]. Hier werden 3 neunseitige Würfeln gleichzeitig geworfen. Die Augenzahl wird summiert (und liegt somit zwischen 3 und 27). Das Ergebnis jedes Wurfes repräsentiert eine „Messung“ und wird 104 Mal wiederholt. Nach jeder „Messung“ wird  $s$  und  $u$  für die aktuelle (nun jeweils um 1 größere) Stichprobe berechnet.

**Eichunsicherheit:** Jedes Messgerät (außer Zählgeräte) verfügt über eine Skala, um einen zu messenden Wert mit einem bekannten, der auf ebendieser Skala verzeichnet ist, zu vergleichen. Dieser bekannte Wert ist natürlich nicht exakt bekannt. Er stammt aus einem Abgleich mit einem Eichnormal (= Kalibrierung oder „Eichung“ genannt, wenn der Vorgang vom Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen durchgeführt, amtlich bestätigt und garantiert wird.), welches in der Regel auf Grund seiner Herstellung eine besonders kleine Unsicherheit hat. Diese Unsicherheit rührt daher, dass eine unbekannte Abweichung zwischen dem Eichnormal und dem wahren Wert existiert, von der bestenfalls der Betrag, niemals aber die Richtung bestimmt werden kann. Bei einfachen Ein-Punkt-Kalibrierungen wird das Ende der Skala mit dem Eichnormal gleich gesetzt (siehe Abb.4, a).

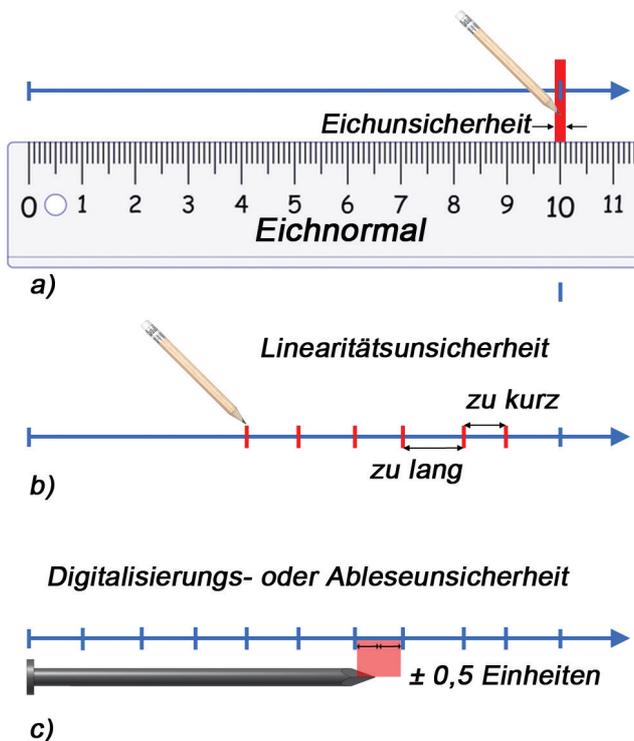
**Linearitätsunsicherheit:** Danach muss die Skala in kleinere Abschnitte unterteilt werden, damit der Messgröße eine Maßzahl zugeordnet werden kann. Hierbei kann die Herstellfirma des Messgerätes wieder Fehler machen und die Unterteilungen können an verschiedenen Abschnitten der Skala unterschiedlich weit voneinander entfernt liegen (vgl. Abb. 4, b). Da nicht bekannt ist, in welche Richtung jeder Unterteilungsstrich von seinem Sollwert abweicht, muss auch hier eine Linearitätsunsicherheit abgeschätzt werden.

**Digitalisierungsunsicherheit** (auch Skalen- oder Ableseunsicherheit): Schließlich kommt noch eine dritte Unsicherheit hinzu. Oft liegt der zu messende Wert genau zwischen zwei Skalenteilen und der Ableser muss sich zwischen dem oberen oder dem unteren Teilstrich entscheiden (vgl. Abb. 4, c). Dazwischen kann kein Wert angegeben werden, da keine Unterteilung vorliegt.

Dasselbe Prinzip gilt für digitale Messgeräte (Least Significant Bit – LSB), weil auch hier nur in diskreten Schritten ausgelesen werden kann. Es gilt: die Ablese- oder Digitalisierungsunsicherheit entspricht der halben Skalenschrittweite.

Jede Herstellfirma sollte auf seinem Messgerät oder in der Bedienungsanleitung angeben, wie eine gesamte Typ-B- Unsicherheit des ab- oder ausgelesenen Messwerts bestimmt werden kann, sodass alle diese drei Unsicherheiten berücksichtigt werden. Manche Herstellfirmen geben sogar zu jedem dieser drei Unsicherheiten einzeln die Abschätzung an. Hier müssen die drei unabhängigen Unsicherheitskomponenten dann geometrisch addiert werden (Gl. 1.2).

$$\Delta x_{Gerät} = \sqrt{\Delta x_{eich}^2 + \Delta x_{lin}^2 + \Delta x_{digi}^2} \quad (1.2)$$



**Abbildung 4:** Entstehung der 3 Hauptkomponenten der Typ-B- Unsicherheit.

Gibt es keine weitere Angabe, so darf angenommen werden, dass die Auflösung des Messgeräts die Messunsicherheit des Messergebnisses ausreichend abschätzt.

Ein Beispiel für eine Typ-B-Messunsicherheit ist die Messunsicherheit eines Digitalmultimeters. Angenommen, es wird

das 3½-stellige Digitalmultimeter Fluke 175 verwendet. Hierfür findet man in den technischen Spezifikationen folgende Regelung (Abb. 5) zur Bestimmung der Messunsicherheit bei Wechselspannung.

Wechselspannung (sinusf.), 6000 Zählimpulse (ausgen. 1000V-Bereich) Angaben gelten von etwa 5% bis 100% des Bereiches bei 45-65 Hz				
Bereich	Auflösung	Genauigkeit (±[%des Messwertes] + [Zählimpulse])		
		Modell 175	Modell 179	Modell 87 V
0,6 V	0,1 mV	± (1 % + 3)	± (1 % + 3)	± (0,7 % + 4)
6 V	1 mV	± (1 % + 3)	± (1 % + 3)	± (0,7 % + 4)
60 V	10 mV	± (1 % + 3)	± (1 % + 3)	± (0,7 % + 2)
600 V	100 mV	± (1 % + 3)	± (1 % + 3)	± (0,7 % + 2)
1000 V	1 V	± (2 % + 3)	± (2 % + 3)	± (0,7 % + 2)

**Abbildung 5:** Ausschnitt aus den technischen Spezifikationen für Wechselspannungsmessung verschiedener Fluke Multimeter

Zeigt das Messgerät  $U=3,456\text{ V}$  an, so besteht  $\Delta U$  aus einem prozentuellen Wert des Messergebnisses (1%) zuzüglich einer gegebenen Anzahl „Zählimpulse“ (3 mal 1 mV) was dem LSB (bzw. der Auflösung) im verwendeten Messbereich entspricht (der Begriff „Zählimpulse“ kommt von der elektronischen Messmethodik des Gerätes; engl.: „digit“). Die prozentuelle Angabe lässt rückschließen, dass hier die Eichunsicherheit gemeint ist, die sich ja von ihrer Entstehung her (Übertragung auf den Eichpunkt = das Skalende) prozentuell auf jeden Messwert überträgt. Das LSB wäre bei 1 mV, woraus sich eine Digitalisierungsunsicherheit von 0,5 mV ergäbe, wenn nicht die Anleitung der Herstellfirma vorsehen würde, gleich 3 LSB zum prozentuellen Wert dazu zu addieren. Mit dieser Prozedur dürften nun Linearitäts- und Digitalisierungsunsicherheit gemeinsam abgedeckt sein. Somit lautet die Berechnung

$$\Delta U = 3,456\text{V} \cdot 0,01 + 3 \cdot 0,001\text{V} = 0,03756\text{V}$$

Gerundet wird auf die messbaren Stellen  $\Delta U = 0,038\text{V}$ . Es existieren zahlreiche verschiedene Rundungsregeln. Zunächst kann man sich bei Messungen stets darauf beschränken, das Ergebnis nur bis zur letzten messbaren Stelle anzugeben und Messunsicherheiten immer aufzurunden. Somit lässt sich das Ergebnis richtig gerundet anschreiben:

$$U = (3,456 \pm 0,038)\text{V}$$

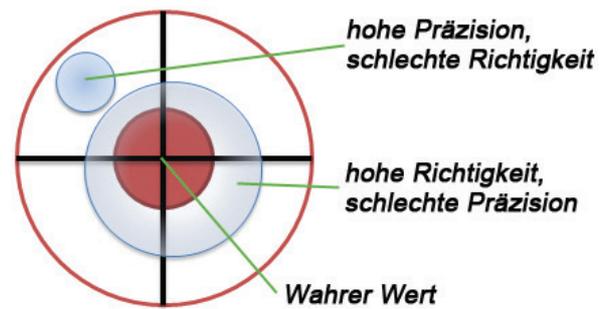
## 6. Zusammenfassung

Es gibt also keine wissenschaftlich relevanten Messwerte oder Datenpunkte ohne Angabe einer Messunsicherheit. Sie gibt uns den Vertrauensbereich an und macht Daten erst vergleichbar. Messunsicherheiten können in ihrem Betrag bestmöglich abgeschätzt bzw. bestimmt werden, die Richtung einer „Abweichung“ vom wahren Wert bleibt jedoch stets unbekannt (sonst wäre diese ja als systematischer Fehler korrigierbar). Die Messunsicherheit kann auf zwei Arten bestimmt werden: Typ-A wird mit Mitteln der Statistik bestimmt und gibt eine Aussage über die Präzision der Messung (nicht über die Richtigkeit). Typ-B wird mit anderen Mitteln bestimmt und gibt durch die Anbindung des Messgerätes an internationale Standards eine Aussage über die Richtigkeit (weniger über die Präzision) der

Messung. Hat man die Wahl, so ist eine Aussage über die Richtigkeit (Typ-B) immer vorzuziehen, denn was fängt man mit einer extrem präzisen Messung an, wenn der Mittelwert weit neben dem wahren Wert liegt (vgl. Abb.6). Ausgenommen natürlich jener Fall, wenn die Typ-A-Unsicherheit größer als die Typ-B-Unsicherheit ist.

Um sich die sperrigen Bezeichnungen „Typ-A“ und „Typ-B“ leichter zu merken, hat Prof. Manfred Drosig in seinem Werk über den Umgang mit Unsicherheiten [8] nette Ersatznamen gefunden: Er bezeichnet Typ-A-Unsicherheiten als „äußere U.“, weil den empirischen Datensatz „von a – wie außen“ betrachtet und seine Streuung auswertet. Typ-B- Unsicherheiten bezeichnet er als „innere U.“, weil man sich „in das Innere des Messgerätes“ denken muss, um sie zu bestimmen. Natürlich kann man auch „A – wie Standardabweichung“ und „B – wie Bauart des Messgerätes“ sagen.

Ich halte es jedenfalls für unerlässlich, dass die in der ISO-Norm verwendete Unterscheidung zwischen Fehler und Unsicherheit und der damit verbundene, notwendige stringente Sprachgebrauch Einzug in die Lehre an Schule und Hochschule findet. Ich stelle die Behauptung auf, dass das Verständnis des



**Abbildung 6:** Präzision versus Richtigkeit. Rot/schwarz symbolisiert eine Zielscheibe mit dem wahren Wert in der Mitte. Die Messungen „treffen“ den wahren Wert nicht, sondern streuen in einem Bereich (der Radius der blauen Kreise symbolisiert den Streuparameter  $u$ )

Konzeptes von Fehlern und Unsicherheiten damit beim Lernen erleichtert wird. Zudem ist (spätestens seit der Einführung des SI) klar, dass internationale Normen die Zusammenarbeit und Entwicklung auf dieser Welt erleichtern und beschleunigen.

**Clemens Nagel** Senior Lecturer an der Universität  
Wien, Fakultät für Physik, Experimentelle  
Grundausbildung und Hochschuldidaktik

## Literatur

- [1] Internationale Organisation für Normung (2008): ISO/IEC Guide 98-3:2008: Uncertainty of measurement – Part 3: Guide to the expression of uncertainty in measurement. Genf: ISO.
- [2] Schreiber, N., Theyßen H. und Schecker, H. (2009): Experimentelle Kompetenz messen?! In: Physik und Didaktik in Schule und Hochschule. PhyDid 3/8 (2009), S. 92-101.
- [3] Baumgart, Krüger, Niedderer & Schecker (1982): Titel der Publikation. Ort: Verlag.
- [4] Popper, K. (1934): Logik der Forschung, Nachdruck der 10. Auflage (2002). Mohr Siebeck Verlag.
- [5] Gauß, C. F. (1823): Theoria combinationis observationum erroribus minimis obnoxiae. Gottingae: Dieterich.
- [6] Heinicke, S. (2012): Aus Fehlern wird man klug. Eine genetisch-didaktische Rekonstruktion des „Messfehlers“ Berlin: Logos.
- [7] Gränicher, H. (1994): Messung beendet – was nun? Zürich: VDF.
- [8] Drosig, M. (2006): Der Umgang mit Unsicherheiten. Ein Leitfaden zur Fehleranalyse. Wien: Facultas Universitätsverlag.

# Messunsicherheiten im Schulalltag – eine Kurzanleitung für Interessierte

Clemens Nagel

## 1. Einleitung

Messunsicherheiten im naturwissenschaftlichen Unterricht sind wie ein Beistrich – sie werden oft falsch eingesetzt oder einfach vergessen. Dabei kann es keinen wissenschaftlich relevanten Datenpunkt geben, der nicht über einen Vertrauensbereich bzw. eine Messunsicherheit verfügt [1]. In der Schule sollte daher bei jeder Messung, egal in welcher Schulstufe, ein Bewusstsein dafür geschaffen werden. Am einfachsten geht das, indem man die Messunsicherheit einfach zum Ergebnis dazuschreibt. Doch welche? Man ist schnell geneigt einfach die Auflösung der Messgeräte, also die Schrittweite auf der Messskala heranzuziehen. Ein Blick in die Bedienungsanleitung selbst einfacher Messgeräte zahlt sich jedoch aus, um zu einer vernünftigen Abschätzung der Messunsicherheit zu kommen. Dieser Beitrag soll anhand von vier Beispielen zeigen, worauf es dabei ankommt. Begrifflich baut der Artikel auf dem Beitrag „Sicher ist sicher! Fachliche Klärung für die didaktische Rekonstruktion von Messunsicherheiten im Unterricht.“ auf.

## 2. Längenmessgeräte

Für Längenmessgeräte werden Genauigkeitsklassen nach der EU-Richtlinie 2014/32/EU [2] angegeben. Die Genauigkeitsklasse (auch als EG-Genauigkeitsklasse bezeichnet) findet man zusammen mit der EG-Zulassungsnummer im Anfangsbereich der Maßskala (siehe Pfeil in Abb. 1).



Abbildung 1: Rollmeter-Maßstab mit Genauigkeitsklasse II

Mit Hilfe der Einstufung in die Genauigkeitsklasse kann man die Grenzabweichung bestimmen. Diese ist die vom Gerätehersteller garantierte höchstmögliche Abweichung des Messwertes vom richtigen Wert (Eichstandard). Die Grenzabweichung (positiv oder negativ in mm) wird bei Längenmessgeräten mit aufeinanderfolgenden Teilungsschritten von 1 mm gemäß Tabelle 1 festgelegt.

Tabelle 1: Grenzabweichung nach Genauigkeitsklassen für Maßstäbe mit mm-Skalierung

Genauigkeitsklasse	Grenzabweichung (mm)
I	0,1
II	0,2
III	0,3

Viele Rollmeter-Maßbänder gibt es in Genauigkeitsklasse II. Das bedeutet also für Längen näherungsweise, dass eine Verwendung der Auflösung als Messunsicherheit gerechtfertigt scheint, wenn man die Grenzabweichung als nahezu 100 % Vertrauensbereich (also  $\pm 2$  Standardabweichungen in einer Normalverteilung für 95,5% der Fläche) interpretiert. Wenn man also eine Länge von 80 mm misst, so lautet das korrekte Ergebnis:  $l = (80 \pm 1) \text{ mm}$ .

## 3. Waagen und Feinwaagen

Wirft man einen Blick auf die technischen Daten einer Waage oder Feinwaage, findet man typischerweise Angaben, wie in Tabelle 2 aufgelistet.

Tabelle 2: Auszug aus den technischen Daten einer „Schulwaage“

	Modell „Schulwaage“
Ablesbarkeit (d)	0,1 g
Wägebereich (Max)	220 g
Reproduzierbarkeit	0,1
Linearität	0,2 g
Empf. Justiergewicht nicht beigegeben (Klasse)	200 g (M2)

Darin finden sich Hinweise auf die einzelnen Komponenten der Typ-B-Unsicherheiten (vgl. den Artikel „Sicher ist sicher! Fachliche Klärung für die didaktische Rekonstruktion von Messunsicherheiten im Unterricht.“ in dieser PlusLucis-Ausgabe). Hierbei bezeichnet die „Ablesbarkeit“ das Doppelte der Ablese- oder Digitalisierungsunsicherheit. Die „Linearität“ bezeichnet die Linearitätsunsicherheit und das empfohlene Justiergewicht (für die regelmäßige Kalibrierung der Waage) gibt einen Hinweis auf die Eichunsicherheit. Hier wird als Eichnormal ein Prüfgewicht der Klasse M2 verwendet, welches eine Grenzabweichung von 30 mg bei 200 g hat [3]. Letztere schlägt sich also mit 0,015% des Messwertes zu Buche und liegt somit immer eine Größenordnung unterhalb der Ablesbarkeit. Es bleiben also Ablese- und Linearitätsunsicherheit, die mit der Formel für zusammengesetzte Unsicherheiten eine gemeinsame (aufgerundete) Typ-B-Unsicherheit von  $\pm 0,2 \text{ g}$  ergeben. Ein Blick in die technischen Daten einer scheinbar sehr einfachen Waage schadet also nicht. Die „Reproduzierbarkeit“ ist ein Hinweis auf die Präzision (zu erwartende Typ-A-Messunsicherheit) der Messung, wenn eine Messreihe angefertigt wird. Hier ist aber die Typ-B-Messunsicherheit größer, also muss diese verwendet werden. Fehlen die technischen Daten, so sollte nicht die Auflösung der Waage,

sondern – wie gezeigt – besser ein größerer Bereich gewählt werden, z. B.  $\pm 0,5$  g

#### 4. Multimeter (analog und digital)

Multimeter (zur Messung von Spannungen und Stromstärken etc.) haben unterschiedliche Funktionsprinzipien. Das analoge Gerät benötigt einen durchfließenden Strom, der über die Lorentzkraft einen Zeiger an einer Spiralfeder so weit auslenkt, bis ein Kräftegleichgewicht herrscht. Es wird also eigentlich eine Kraftmessung durchgeführt. Auf den Skalen der Geräte ist üblicherweise die Genauigkeits- (oder Fehlerklasse) aufgedruckt. „1,5“ bedeutet 1,5 % des Skalenendwertes für jeden angezeigten Wert. Somit muss man zunächst prüfen, in welchem Messbereich man misst. Sind es z. B. 0,0-30,0 V dann ist die Typ-B-Messunsicherheit aufgerundet auf die ablesbare Stelle  $\pm 0,5$  V.

Im digitalen Multimeter muss der analoge Messwert in einen digitalen gewandelt werden, damit er am Display angezeigt werden kann. Die meisten Multimeter nutzen hierfür das Zählverfahren. Hierbei wird an die Eingangsspannung eine sich schrittweise erhöhende Sägezahnspannung gegengeschaltet. Der gesamte Messbereich wird so in eine endliche Anzahl diskreter Schritte zerlegt. Tab. 3 zeigt einen Ausschnitt aus einer Gerätespezifikation eines verbreiteten Multimeters. Es ist angegeben, dass das Messgerät 6000 „Zählimpulse“ bieten kann, d.h. dass jeder Messbereich in 6000 einzelne Messschritte zerlegt werden kann. Ein elektronisches Komparator-Modul veranlasst, dass jener Zählimpuls, der dazu führt, dass die sich erhöhende Sägezahnspannung gleich groß oder größer wird, am Display angezeigt wird. Der Messwert kann nun abgelesen werden.

**Tabelle 3:** Auszug aus den technischen Daten eines Digitalmultimeters

Wechselspannung (sinusf.), 6000 Zählimpulse (ausgen. 1000V-Bereich) Angaben gelten von etwa 5% bis 100% des Bereiches bei 45-65 Hz					
Bereich	Auflösung	Genauigkeit ( $\pm$ (%des Messwertes) + [Zählimpulse])			
		Modell 175	Modell 179	Modell 87 V	
0,6 V	0,1 mV	$\pm (1 \% + 3)$	$\pm (1 \% + 3)$	$\pm (0,7 \% + 4)$	
6 V	1 mV	$\pm (1 \% + 3)$	$\pm (1 \% + 3)$	$\pm (0,7 \% + 4)$	
60 V	10 mV	$\pm (1 \% + 3)$	$\pm (1 \% + 3)$	$\pm (0,7 \% + 2)$	
600 V	100 mV	$\pm (1 \% + 3)$	$\pm (1 \% + 3)$	$\pm (0,7 \% + 2)$	
1000 V	1 V	$\pm (2 \% + 3)$	$\pm (2 \% + 3)$	$\pm (0,7 \% + 2)$	

Aus Tab. 3 ist auch unmittelbar die Auflösung ersichtlich. Die 6000 Zählimpulse führen z. B. beim 6 V-Messbereich zu 1 mV Auflösung (entspricht 1 Zählimpuls). Die Digitali-

sierungsunsicherheit ergibt sich daher zu  $\pm 0,5$  mV. Für das Modell 175 kann man nun die Vorschrift zur Bestimmung der Typ-B-Messunsicherheit ablesen:  $\pm 1$  % des Messwertes + 3 Zählimpulse. Hier gibt der Prozentsatz einen Hinweis auf die Eichunsicherheit, da sich diese immer ausgehend vom Eich/Kalibrierpunkt prozentuell auf die gesamte Messskala auswirkt. Die 3 Zählimpulse (die in jedem Fall größer sind als die Digitalisierungsunsicherheit) müssen daher auf die Linearitätsunsicherheit zurückzuführen sein. Die Vorschrift des Herstellers sieht eine lineare Addition der Unsicherheitskomponenten (unter Vernachlässigung der viel kleineren Digitalisierungsunsicherheit) vor. Auch hier empfiehlt sich der Blick in die technischen Daten. Wer es sich einfach machen möchte, wählt einen größeren Prozentsatz des Messwertes (z. B. 2 %).

#### 5. Temperaturmessgeräte (elektronisch)

Viele Temperaturmessgeräte bieten eine Auflösung von  $\pm 0,1$  °C bzw. K. Wenn es sich um Typ-K (Ni-CrNi) Thermoelemente handelt, so ist die Auflösung meist besser als die Typ-B-Messunsicherheit in Summe. Ein Beispiel sei anhand des Digitalmultimeters „Modell 179“ gezeigt, dass auch schon in Tab. 3 Erwähnung fand. Hier schreibt die Herstellfirma in die technischen Daten:

Messbereich: -40,0 - 400,0 °C

Messunsicherheit: 1 % des Messwertes + 10 Zählimpulse

Beachtlich ist hier, dass mit „+10 Zählimpulse“ nie eine Typ-B-Messunsicherheit von unter  $\pm 1,0$  °C erreicht werden kann. Dennoch bietet das Messgerät eine Auflösung von 0,1 °C.

#### 6. Fazit

Der Blick in die technischen Spezifikationen selbst der einfachsten Geräte zahlt sich aus. Wer sich damit allerdings gar nicht herumschlagen will, kann vor allem bei digitalen Messgeräten eine Messunsicherheit wählen, die größer ist als die Auflösung – am ehesten noch die Hälfte der kleinsten messbaren Dekade.

**Clemens Nagel** Senior Lecturer an der Universität

Wien, Fakultät für Physik, Experimentelle

Grundausbildung und Hochschuldidaktik

#### Literatur

[1] Drog, M. (2006): Der Umgang mit Unsicherheiten. Ein Leitfadens zur Fehleranalyse. Wien: Facultas Universitätsverlag.

[2] <https://eur-lex.europa.eu/eli/dir/2014/32/oj>

[3] <https://www.kern-sohn.com/data/downloads/sl-weights-de.pdf>

# Umgang mit Messunsicherheiten im Physikunterricht

## Ein Unterrichtsentwurf zur ersten Annäherung an das Thema

Susanne Neumann, Clemens Nagel & Hannah Loidl

### 1. Einleitung

Wie sicher ein Messergebnis und wie zuverlässig daher die Interpretation der Daten ist, ist ein wesentlicher Bestandteil jeder wissenschaftlichen Studie. Es wäre undenkbar Daten zu veröffentlichen, ohne von Standardabweichungen, Konfidenzintervallen oder Fehlerquellen zu schreiben. Nicht zuletzt sind es auch diese Unsicherheiten, die wesentlich dazu beitragen, welche Schlussfolgerung aus den Daten gezogen werden darf (üblicherweise nach Überprüfung der Daten durch statistische Tests, bei denen die Unsicherheiten maßgebend sind).

Trotz dieser wichtigen Rolle im wissenschaftlichen Prozess finden sich Messunsicherheiten fast gar nicht im Unterricht wieder, wie auch die Umfrage unter Lehrkräften, die in dieser PlusLucis-Ausgabe vorgestellt wird, klar zeigt [1]. Der Physikunterricht, dessen Lehrplan einen hohen Anteil an experimentellen Kompetenzen fordert, scheint für die Erarbeitung und Festigung von Hintergrundwissen und Fertigkeiten in diesem Bereich prädestiniert. Umso überraschender, dass das Thema Messunsicherheiten in sämtlichen Lehrbüchern nicht oder nur kurz und nicht nachhaltig behandelt wird. Unterrichtskonzepte, die zeigen, wie das Thema experimentell und theoretisch verwirklicht werden kann, sind uns nicht bekannt.

### 2. Entwicklung und Erprobung des Unterrichtskonzepts

Eine Lehrer\*innenfortbildung, bei der uns klar wurde, dass eben solch ein Unterrichtskonzept ein absolutes Desideratum darstellt, gab den Anstoß dazu sich in dieses Gebiet zu wagen und erste Vorschläge zu dokumentieren und hier vorzustellen, sodass Lehrkräfte diese dann selbst weiterentwickeln können.

Der hier vorgestellte Unterrichtsentwurf wurde in den Schuljahren 2016/17 und 2017/18 in insgesamt sechs Physikklassen getestet und schrittweise weiterentwickelt. Im letztgenannten Schuljahr wurde er überdies von Studierenden der Universität Wien wissenschaftlich begleitet und die Ergebnisse in zwei von Clemens Nagel betreuten Bachelor-Arbeiten dokumentiert.

### 3. Vorstellung des Unterrichtskonzepts

Der von uns ausgearbeitete Entwurf ist für die Sekundarstufe II ausgelegt und erfordert zwei bis vier Unterrichtseinheiten. Er basiert auf dem Skriptum „Einführung in experimentelles Arbeiten“, das von Clemens Nagel auf Basis des Leitfadens für

die Anfängerpraktika der Universität Wien verfasst wurde und dient der Umsetzung einer neuen Pflicht-Lehrveranstaltung im neuen BSc-Physik-Curriculum. Die wichtigsten Inhalte dieses Skriptums wurden dabei für den Schuleinsatz adaptiert und durch interaktive Aufgaben angereichert. Der Input wird so alle paar Minuten durch eine konkrete Aufgabe unterbrochen, die von allen Lernenden zeitgleich gelöst bzw. in der Gruppe diskutiert werden soll. Nach dem Input werden die dadurch erworbenen Fähigkeiten in praktischer Arbeit angewandt und so gefestigt.

#### 3.1 Interaktiver Input (1-2 Unterrichtseinheiten [2])

Der Einstieg in das Thema „Messunsicherheiten“ erfolgt durch die Schilderung einiger Alltagssituation, in denen Entscheidungsfragen gestellt werden, die von den Schüler\*innen diskutiert werden sollen, z. B.:

„Schülerin 1 meint: Ich bin 172 cm groß. Schüler 2 meint: Ich bin 1,71 m groß. Wer ist größer?“

Auf den ersten Blick scheint die Antwort für die Lernenden klar, durch die Diskussion in der Gruppe kommen aber mehr und mehr Zweifel auf. Oft gehörte Einwände sind u. a.

- Wurden die Messungen zum gleichen Zeitpunkt durchgeführt?
- Wurden die Messungen von derselben Person durchgeführt und mit derselben Methode?
- Welches Messinstrument wurde verwendet?
- Wurde die Messung nur jeweils einmal durchgeführt?

Die Lernenden sollen daraufhin ein Beispiel für eine Messung finden, die 100% exakt ist und bei der es daher nicht notwendig ist die Unsicherheit anzugeben. Aus diesen Alltagsbeispielen soll die Erkenntnis gewonnen werden, dass ein Messergebnis nie genau sein kann und mehrere Faktoren diese Unsicherheit beeinflussen.

Die nächste Aufgabe besteht darin, im Internet Bilder mit dem Stichwort „Wahlumfrage“ zu suchen und die ersten zehn Suchergebnisse näher zu betrachten. In wie vielen der zehn Diagramme ist die Unsicherheit vermerkt? Nun folgt ein kurzer Input über die Notation und die graphische Darstellung von Messunsicherheiten in Diagrammen.

Welche Bedeutung die Berücksichtigung von Messunsicherheit für das Ergebnis von Experimenten hat, wird in der nächsten Aufgabe (s. Abb. 1) [3] diskutiert.

**Aufgabe 4**

Eine Schülergruppe soll messen, ob sich die anfängliche Auslenkung eines Fadenpendels auf dessen Schwingungsdauer auswirkt. Sie beschließen, mehrere Messungen zu machen, wenn das Pendel  $10^\circ$  ausgelenkt wird und dann mehrere Messungen bei  $20^\circ$  Auslenkung zu machen. Hier sind ihre Ergebnisse:

T bei $10^\circ$ (s)	T bei $20^\circ$ (s)
$1,84 \pm 0,08$	$1,81 \pm 0,08$

Welche Schlüsse können sie aus diesen Ergebnissen ziehen?

Abbildung 1: Aufgabe zur Interpretation von Messergebnissen

Im zweiten Teil der Präsentation werden nun die zwei verschiedenen Typen von Unsicherheiten vorgestellt (Typ A und Typ B), wie von Clemens Nagel im Artikel „Sicher ist sicher“ in dieser PlusLucis-Ausgabe erläutert. Auch hier folgen auf den kurzen Input konkrete Aufgaben, bei denen die Schüler\*innen entscheiden müssen, ob bei den Beispielen eine Typ A- oder eine Typ B-Unsicherheit beschrieben wird. Danach wird darauf eingegangen, wie von nun an Messunsicherheiten im Physikunterricht berücksichtigt werden sollen. Dabei wird betont, dass bei jeder Messung sowohl Typ A- als auch Typ B-Unsicherheiten berechnet bzw. beschrieben werden sollen und beim Endergebnis dann die größere der beiden angeführt werden soll.

Zum Schluss der Präsentation folgt noch ein konkretes Messbeispiel (s. Abb. 2). Bei dessen Lösung sollen die Schüler\*innen eigenständig zunächst den Mittelwert der 12 Werte sowie die Typ-A-Messunsicherheit (= Standardabweichung [4]) bestimmen, danach durch Recherchieren im Internet die Typ-B-Unsicherheit abschätzen, die durch die Typenangaben des Messgeräts zu ermitteln ist [5]. Zuletzt muss entschieden werden, wie das Endergebnis notiert werden soll. Abbildung 3 zeigt eine Musterlösung dieser Aufgabe inkl. Erklärungen.

### 3.2 Umsetzung in praktischer Arbeit (1-2 Unterrichtseinheiten)

Das im Input erworbene Wissen soll nun auch bei praktischen Arbeiten umgesetzt werden. Welches Themengebiet gewählt wird, wird wohl vom jeweiligen Semester-Modul abhängen. Bei unseren Erprobungen haben wir unterschiedliche Themenbereiche gewählt, die Aufgabenstellung lautete aber stets: *Bestimme ... [eine konkrete physikalische Größe] durch mehrmaliges Messen. Gib ihren Wert unter Berücksichtigung von Messunsicherheiten an.* Die zu messende Größe kann im einfachsten Fall eine Länge oder ein Zeitintervall sein, es können aber natürlich auch Temperaturen, Stromstärken, Tonfrequenzen oder andere zum Themengebiet passende Größen sein.

Wenn noch eine zweite Unterrichtseinheit zur Verfügung steht, kann man auch eine Aufgabenstellung wählen, die das Interpretieren der Messergebnisse erfordert. So kann z. B. untersucht werden, welcher von zwei Stäben länger ist oder

**Aufgabe 6**

- Massenbestimmung mit „Kern EMB 500-1 Kompaktwaage 500g“:

12-malige Messung:

3,4 g	3,3 g
3,3 g	3,4 g
3,4 g	3,3 g
3,4 g	3,3 g
3,3 g	3,3 g
3,4 g	3,3 g

→ Wie schwer ist der Körper?

Abbildung 2: Konkretes Beispiel um Typ A- und Typ B-Messunsicherheiten zu berücksichtigen

**Aufgabe 6 - Lösung**

- Bestimmen des **arithmetischen Mittels**:  $m = 3,341666... \text{ g}$ .
- Bestimmen der **Typ A-Unsicherheit**, Standardabweichung z.B. mit Excel (STABW.N) :  $s = 0,04930... \text{ g}$ ;  
Bei Unsicherheiten wird stets aufgerundet, also  $s = 0,050 \text{ g}$ .
- Bestimmen der **Typ B-Unsicherheit**: Auflösung der Waage ergibt eine Unsicherheit von  $\pm 0,1 \text{ g}$ .

→ Typ B-Unsicherheit ist größer als Typ A

→ **Masse des Gegenstands =  $(3,3 \pm 0,1) \text{ g}$**

(arithmetisches Mittel kann nach Bestimmen der Unsicherheit entsprechend gerundet werden)

Abbildung 3: Lösung von Aufgabe 6

durch welchen der beiden Widerstände (bei gleicher Spannung) die größere Stromstärke fließt [6]. Da es ohne statistischen Test nicht zulässig ist zu behaupten, dass die beiden Mittelwerte der Messreihen unterschiedlich sind [7], sollten die Längen/Stromstärken/... so gewählt werden, dass sie unter Berücksichtigung der Messunsicherheit nicht unterscheidbar sind. In unserer Erprobung verwendeten wir z. B. pro Gruppe zwei verschiedene Widerstände („Mystery-Blocks X und Y“, s. Abb. 4, darin verstecken sich ein 200 Ohm bzw. ein 210 Ohm-Widerstand).



Abbildung 4: In den Mystery Blocks verstecken sich unterschiedliche Widerstände

Die nur leicht unterschiedlichen Widerstände lassen bei Anlegen von  $U = 10 \text{ V}$  Stromstärken durch, die mit den üblichen Messmethoden nicht signifikant unterscheidbar sind. Dies führt

zu spannenden Diskussionen darüber, wie das Endergebnis nun „publiziert“ werden darf und welche Gruppe mit ihren Messungen denn „Recht“ hat.

### 3.3 Beobachtungen aus der Erprobung des Unterrichtskonzepts

Eine der Erprobungen des vorgestellten Unterrichtskonzepts wurde von zwei Studierenden beobachtet und im Rahmen ihrer Bachelor-Arbeiten analysiert. Einige typische Aussagen von Schüler\*innen sowie die sich daraus ergebenden Analysen werden in Abb. 5 vorgestellt.

In den einführenden Unterrichtseinheiten zum Thema Messunsicherheiten konnte reges Interesse beobachtet werden. Dies äußerte sich vor allem durch produktive Mitarbeit und spannende Diskussionen zwischen den Schüler\*innen.

### 4. Fazit

Das hier vorgestellte Unterrichtskonzept kann Lernenden einen ersten Einblick in den Umgang mit Messunsicherheiten

geben. Es ist uns aber wichtig festzuhalten, dass dies wirklich nur ein Einstieg sein kann. Um das Thema nachhaltig im Unterricht zu verankern, kommen Lehrkräfte nicht umhin bei der Dokumentation und Analyse von Messergebnissen die in diesem Konzept vorgestellten Regeln immer und immer wieder selbst anzuwenden bzw. von ihren Schüler\*innen dies einzufordern. Wie bei allen (experimentellen) Kompetenzen kann der adäquate Umgang mit Messunsicherheiten nur dann als erworben angesehen werden, wenn die Lernenden diese Kompetenz regelmäßig trainieren und in unterschiedlichen Kontexten anwenden.

**Mag. Dr. Susanne Neumann, BA** *Bildungsdirektion für Wien, Bundesrealgymnasium / VBS 14, Wien*

**Clemens Nagel** *Senior Lecturer an der Universität Wien, Fakultät für Physik, Experimentelle Grundausbildung und Hochschuldidaktik*

**Hannah Loidl** *Masterstudentin der Unterrichtsfächer Physik und Bewegung & Sport an der Universität Wien.*

Beobachtungen	Evidenzen durch Aussagen der Schüler*innen
Beim Suchen von Alltagsbeispielen wurden kreative Situationen gefunden, bei denen eine 100% richtige Messung vorliegen könnte.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Platzierungen im Sport</li> <li>• Wahlergebnisse, die bereits feststehen</li> <li>• das Ergebnis einer Studie</li> <li>• bereits belegte/bewiesene Theorien</li> </ul>
Im Zuge des einführenden Unterrichts hatten die Schüler/innen die Aufgabe, die Messergebnisse der Schwingungsdauer eines Fadenpendels bei zwei verschiedenen Auslenkungen in Kleingruppen zu diskutieren. Das Vergleichen der Ergebnisse unter Einbeziehung der Standardabweichung ist den Schüler*innen leichtgefallen. Das Beispiel konnte den Schüler*innen anschaulich vermitteln, warum die Angabe einer Messunsicherheit bei der Interpretation von Ergebnissen unerlässlich ist.	Hier die Antwort eines Schülers zum Beispiel des Fadenpendels: „Unserer Meinung nach ändert es sich nicht wirklich, weil, wenn man die Standardabweichung zumindest teilweise miteinberechnet, könnte die Schwingungsdauer bei 20° mehr sein oder eben genau gleich sein.“
In der Unterrichtseinheit, in welcher die Schüler*innen die Widerstände zweier „Mystery-Blocks“ messen und die größere Stromstärke unter Einbeziehung der Messunsicherheiten angeben sollten, entschieden sich die meisten Schüler*innengruppen erst nach einigen Hinweisen dazu, mehrmalige Messungen durchzuführen. Aufgefallen ist, dass in die Richtigkeit des Messgeräts ein derartig großes Vertrauen gesetzt wurde, dass die Sinnhaftigkeit mehrmaligen Messens ein und desselben Bausteins nicht einsichtig war.	Aus den Beobachtungen mehrerer Gruppen wurden nachstehende Kernaussagen zu den gestellten Aufgaben gefunden: <ul style="list-style-type: none"> <li>• „Die [Anzeige] des Messgeräts ist natürlich genauer.“</li> <li>• „[Egal wie oft gemessen wird], es wird sich ja nicht ändern.“</li> <li>• Eine Schülergruppe vermutete, dass die Aufgabe nicht so leicht sein könnte und irgendwo ein Haken eingebaut wäre.</li> <li>• „Was war nochmal A?“</li> </ul>
Das Berechnen der Standardabweichung und des Mittelwerts stellte für die Schüler*innen kein Problem dar. Dies könnte damit zusammenhängen, dass die Schüler*innen zur gleichen Zeit das Thema Statistik in Mathematik behandeln.	Alle Schülergruppen berechneten Mittelwert und Standardauswertung ohne Hilfe der Lehrkraft unter Zuhilfenahme von MS Excel bzw. des Taschenrechners aus.
<p>Zusammengefasst konnte aus den Beobachtungen auf folgende Schwierigkeiten bei der Umsetzung des Konzepts der Messunsicherheiten in praktischer Arbeit geschlossen werden:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Die Anzeige auf dem Display eines Messgeräts wurde als 100% richtig bzw. „genau“ angenommen.</li> <li>• Das Auseinanderhalten bzw. Zuordnen der beiden Messunsicherheitstypen A und B fiel den Schüler*innen schwer.</li> <li>• Die geringen Schwankungen der Stromstärke verunsicherten die Schüler*innen bei der Bewältigung der Aufgabe und ließen sie an der Sinnhaftigkeit wiederholter Messungen zweifeln.</li> </ul> <p>Da sich die Unterrichtsbeobachtung auf nur wenige Einheiten beschränkte, konnte leider nicht festgestellt werden, in wie fern diese Schwierigkeiten durch häufiges Üben dieser Kompetenzen bewältigt werden können.</p>	

**Abbildung 5:** Beobachtungen aus den Unterrichtsstunden

## Literatur

- [1] Eine Ausnahme bildet hier der Mathematikunterricht, in dem dank standardisierter Reifeprüfung das Thema „Statistik“ (und hier insbesondere die Konfidenzintervalle) einen großen Aufwind erlebt hat.
- [2] Die gesamte PowerPoint-Präsentation kann gerne unter susanne.neumann@univie.ac.at angefordert werden.
- [3] Die Idee zu dieser Aufgabe stammt aus Holmes N., Wieman C: „Introductory Physics Lab: We Can Do Better“, Physics Today 71, 1, 38 (2018).
- [4] Eigentlich sollte hier die Standardabweichung des Mittelwerts verwendet werden. Um aber an den Mathematikunterricht anzuknüpfen, wird in diesem Unterrichtskonzept darauf verzichtet und mit der den Schüler/innen schon bekannten Standardabweichung der Messwerte gearbeitet. Da die Schüler/innen im Mathematikunterricht mit der Standardabweichung der Grundgesamtheit (die mit dem Nenner „n“ statt „n-1“ berechnet wird) arbeiten, wurde auch im Physikunterricht diese Berechnungsmethode gewählt.
- [5] Da bei vielen Messgeräten die fachlich exakte Bestimmung der Typ-B-Unsicherheit viel Erfahrung und Hintergrundwissen erfordert, erscheint es uns akzeptabel im Unterricht eine starke Vereinfachung vorzunehmen: Statt auf die verschiedenen Komponenten der Typ-B-Unsicherheit einzugehen (s. Fachartikel von Nagel), bietet es sich an, die Unsicherheit auf die Auflösung des Messgeräts zu reduzieren. Wichtig ist jedoch darauf hinzuweisen, dass sie damit meist kleiner ausfällt als sie tatsächlich ist. Als Alternative würde es sich anbieten, die Unsicherheit auf dem Messgerät zu vermerken (z. B. Sticker anbringen), um den Schüler/innen die Suche und Berechnung zu erleichtern.
- [6] Die Aufgabe wurde bewusst so formuliert, dass die Stromstärke verglichen werden soll, nicht der Widerstand des Bauteils. Die Berechnung der Unsicherheit des Widerstands wäre ja durch die Fehlerfortpflanzung ein wenig komplexer.
- [7] Man kann durch Kenntnis der Unsicherheiten lediglich vermuten, dass die Messwerte (Mittelwerte) sich unterscheiden, wenn die Bereiche der Unsicherheiten sich nicht überschneiden. Der t-Test wäre für normalverteilte Stichproben der geeignete, um zu zeigen, ob sie sich signifikant unterscheiden, oder nicht.

# Umgang mit Messunsicherheiten im Unterricht 2

Hannah Loidl

## 1. Einleitung

Das Thema Messunsicherheiten mag im ersten Moment als zu nüchtern, zu unverständlich und zu trocken für den Physikunterricht in der Sekundarstufe I (Sek. I) erscheinen. Dabei übersieht man jedoch das Potential für anregende Diskussionen, die Möglichkeit der Weiterentwicklung der Bewertungskompetenz von Schüler\*innen sowie den Einblick in wissenschaftliches Arbeiten und möglicherweise auch den gegebenen Anreiz für aufmerksames Arbeiten bei Schüler\*innenexperimenten. Die Wichtigkeit der Behandlung von Messunsicherheiten in der Schule wurde in weiteren Artikeln dieses Themenheftes bereits erörtert. Aus Vorarbeiten einer Bachelorarbeit zum Umgang mit Messunsicherheiten in der Sekundarstufe II sowie aus gesammelten Erfahrungen durch Unterrichtsentwürfe von Susanne Neumann, wurde ein umfassendes Unterrichtskonzept zum Umgang mit Messunsicherheiten in der Sek. I im Rahmen einer Masterarbeit entwickelt und evaluiert. Ziel war es, einen Unterrichtsentwurf zu erarbeiten, der zum einen die Dauer von zwei Stunden nicht sprengen sollte und zum anderen die wichtigsten Ideen hinter dem Konzept Messunsicherheiten zu vermitteln. Die Schüler\*innen sollen innerhalb eines Experiments auf die grundsätzlich bestehende Messunsicherheit einer jeden Messung und der damit verbundenen Notwendigkeit der Angabe von Messunsicherheiten zum Vergleich von Ergebnissen geleitet werden.

## 2. Die Idee hinter dem Konzept

Die Beobachtungen im Rahmen der Bachelorarbeit zeigten schnell auf, dass Messunsicherheiten in der Oberstufe zwar in ihrer Relevanz bei wissenschaftlichen Arbeiten anerkannt wurden, der Umgang mit ihnen beim eigenständigen Experimentieren jedoch schnell rezeptartig und ohne sinnvolle Anwendung verlief. Für die Erarbeitung eines Konzeptes für die Sekundarstufe I sollte daher der Fokus auf die Messunsicherheiten beim Experiment, welches absichtlich sehr simpel und kurzweilig gehalten wurde, gelegt werden. Das Thema Messunsicherheiten erscheint zunächst wenig spannend und wahrscheinlich auch nicht unmittelbar im Alltag für Schüler\*innen präsent zu sein. Das Experiment wurde aus diesem Grund so gestaltet, dass die Schüler\*innen in der routinemäßigen Bewältigung einer scheinbar einfachen Aufgabe auf einen kognitiven Konflikt stoßen. Angelehnt an die Unterrichtsmethode „Schülervorstellungen aktivieren und ‚konfrontieren‘“ sollen die Schüler\*innen zum Nachdenken über die Vertrauenswürdigkeit der vorgenommenen Messungen angeregt werden, vgl. [1]. Stimmen die erhaltenen Ergebnisse verglichen mit jenen der anderen Gruppen überein und wenn nicht, warum nicht?

## 3. Vorstellung des Unterrichtskonzepts

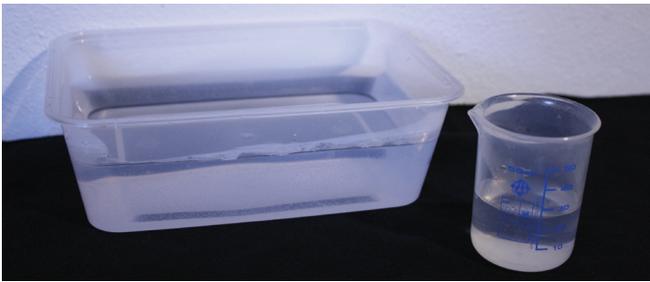
Der Unterrichtsentwurf wurde für die Sekundarstufe I entwickelt und nimmt in der Durchführung zwei Unterrichtsstunden ein. Die Erarbeitung der Idee von Messunsicherheiten soll weitestgehend selbstständig von den Schüler\*innen und anhand der Durchführung eines konkreten Experiments geschehen. Das Infragestellen der Vertrauenswürdigkeit der eigenen Messungen dient als Einführung in das Themengebiet der Messunsicherheiten. Schlüsselstellen sowie Schwierigkeiten bei der mathematischen Lösung der Problemstellungen (z. B. bei der Berechnung des Mittelwertes) sollen durch geschicktes Eingreifen und Anleiten der Lehrperson vermieden werden, um so die Konzentration beispielsweise auf die Bedeutung des Mittelwerts für den Vergleich der Messungen zu lenken. Fragestellungen und Lückentexte am Ende der Unterrichtssequenzen sollen das Erlernte noch einmal festigen. Konkrete Beispiele aus den verwendeten Unterrichtsmaterialien sind im Anhang als Bausteine (B1 - B10) für das Unterrichten von Messunsicherheiten zu finden.

Ziel der beiden Unterrichtseinheiten ist es, eine erste Annäherung an das Konzept der Messunsicherheiten bei den Schüler\*innen zu erreichen. Bereits erworbene Kenntnisse zu statistischen Kennzahlen wie dem Mittelwert, der Spannweite und der Standardabweichung aus dem Mathematikunterricht werden im Physikunterricht in ihrer Bedeutung für wissenschaftliche Arbeiten und Experimente sichtbar. Die Schüler\*innen erkennen die Notwendigkeit der Angabe von Messunsicherheiten, um einen Vergleich verschiedener Ergebnisse zu ermöglichen und die Vertrauenswürdigkeit einer Messung einzuschätzen. Sie können beschreiben, dass einzelne Messungen einer Messreihe um einen Mittelwert streuen und verschiedene Ursachen Messunsicherheiten bedingen.

### 3.1 Einstieg in die Thematik der Messunsicherheiten (1. Unterrichtsstunde)

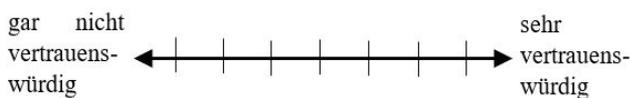
Nach einer kurzen Schilderung der Aufgabe durch die Lehrperson wird in der ersten Einheit direkt mit dem Experimentieren in Kleingruppen und Bearbeiten eines zugehörigen Arbeitsblattes begonnen. Die Schüler\*innen finden pro Gruppe einen bereits mit Wasser gefüllten Behälter, wie in Abbildung 1 ersichtlich, vor.

Die Aufgabe besteht darin, das Wasser nach und nach mit einem kleinen Messbecher abzuschöpfen (ohne das Behältnis über die Tischkante zu kippen), die Werte jedes gefüllten Bechers abzulesen und zu notieren. Am Ende des Messvorganges bestimmen die Schüler\*innen die Menge an Wasser, die sich



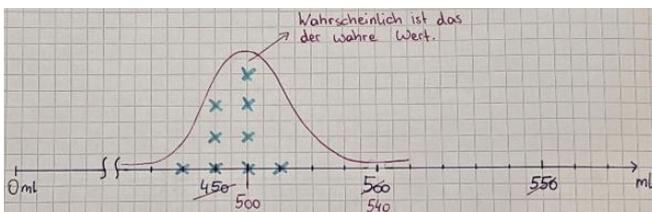
**Abbildung 1:** Versuchsaufbau bestehend aus einem Behälter, gefüllt mit 500 ml Wasser und einem kleinen Messbecher zum Abschöpfen des Wassers.

anfangs in dem Behälter befand. Anschließend sollen die Schüler\*innen auf einer Skala bewerten, wie vertrauenswürdig ihre Messung ist (siehe Abbildung 2 und B1). Die nächsten Aufgaben führen die Schüler\*innen auf die Messunsicherheit des Messbechers hin (B2).



**Abbildung 2:** Skala zur Einschätzung der Vertrauenswürdigkeit einer Messung.

Im Anschluss zeichnen die einzelnen Gruppen ihr Messergebnis auf einem vorgefertigten Zahlenstrahl auf einem Poster ein, siehe Abbildung 3. Aus dem Vergleich der unterschiedlichen Messergebnisse am Zahlenstrahl sollen die Lernenden dann Schlüsse für mögliche Quellen an Unsicherheiten, die die Messung beeinflusst haben könnten, ziehen (B3 & B4). Ein zu vervollständigender „Je-desto-Satz“ verknüpft abschließend die Vertrauenswürdigkeit einer Messung mit dem Begriff der Messunsicherheiten (B5).



**Abbildung 3:** Zahlenstrahl auf Poster mit beispielhaften Markierungen. Mit einer zweiten Farbe wird eine Glockenkurve eingezeichnet und ggf. der Fehler korrigiert.

Für leistungsstarke und schnellere Gruppen ist am Ende des Arbeitsblattes eine Zusatzaufgabe zu finden, in welcher der Fehler, der bei der Messung gemacht wurde, behandelt wird. Die Schüler\*innen sollen dazu die Menge an Wasser abschätzen, die am Ende im Behälter übriggeblieben ist. Daraufhin stellen die Schüler\*innen Vermutungen über die Bedeutung des Fehlers für die Ergebnisse am Zahlenstrahl an.

Im Plenum wird der wahrscheinlich wahre Wert mit den Schüler\*innen am Zahlenstrahl diskutiert sowie eine Glockenkurve und der geschätzte Mittelwert eingezeichnet. Den Schüler\*innen wird zu diesem Zeitpunkt auch offenbart, dass sich

in jedem Behälter vor Beginn des Experimentierens die „exakt“ gleiche Menge an Wasser befand. Leitfragen wie:

- „Warum haben wir nun X unterschiedliche Ergebnisse?“
- Wer hat recht? Haben alle recht? Hat keiner recht?“
- Welcher Wert ist wahrscheinlich der wahre Wert?“

sollen die Schüler\*innen auf die Grundideen des Konzeptes Messunsicherheiten hinführen. Wurde in einzelnen Gruppen auch der Fehler der Messung diskutiert, so kann auch dieser anhand des Zahlenstrahls thematisiert und die Skala dementsprechend korrigiert werden. Folgende Fragen könnten in diesem Zusammenhang aufgeworfen werden:

- „Hat eine Gruppe einen Fehler bei der Messung entdeckt?“
- Ist einer Gruppe Wasser im Gefäß übriggeblieben?“
- Wie könnte man den gemachten Fehler korrigieren?“

Eine Kopie des gemeinsamen Zahlenstrahls bildet in der darauffolgenden Einheit die Basis des weiteren Unterrichtsgeschehens.

### 3.2 Arbeiten mit Messunsicherheiten (2. Unterrichtsstunde)

In einer zweiten Einheit werden die Messergebnisse der verschiedenen Gruppen anhand des Zahlenstrahls zur Wiederholung miteinander verglichen und der Mittelwert als statistische Größe errechnet. Es wird nun auch der errechnete Mittelwert am Foto des Zahlenstrahls eingezeichnet. Die Schüler\*innen erkennen, dass einzelne Messungen einer Messreihe um den Mittelwert streuen und dieser dem wahren Wert einer Messung am nächsten kommt. Durch die Berechnung der Spannweite der Messreihe wird die Verknüpfung zwischen Vertrauenswürdigkeit und Messunsicherheit weiter vertieft (B6 & B7).

Die weiteren Aufgaben auf dem Arbeitsblatt werden von den Schüler\*innen in Einzel- oder Partner\*innenarbeit gelöst und die Grundideen des Konzeptes Messunsicherheiten weiter vertieft und gefestigt. Für leistungsstärkere Gruppen oder einzelne Schüler\*innen kann ein zusätzliches Arbeitsblatt zur Verfügung gestellt werden, auf welchem die Standardabweichung zur Bestimmung der Messunsicherheit der Messungen herangezogen wird.

Anhand eines Concept Cartoons wird das erworbene Wissen zum Schluss noch einmal in konkreten Szenarien angewendet (B9 & B10). Der Cartoon enthält zwei Aufgaben mit je zwei Jugendlichen, die sich über ein durchgeführtes Experiment unterhalten. Die Schüler\*innen sollen nun die Aussagen in Zweiergruppen diskutieren und die Vertrauenswürdigkeit der Messungen bewerten.

### 4. Evaluierung des Unterrichtskonzeptes

Bei der Entwicklung des vorgestellten Unterrichtskonzeptes wurde auf das Modell des „Design-Based Research“ zurückgegriffen [2]. Dabei wurden Ergebnisse und Erkenntnisse der

Produktentwicklung und forschender Tätigkeiten konsequent aufeinander bezogen. Erste Ideen wurden in theoretischen Unterrichtseinheiten anhand von Erfahrungen aus vorhergehenden Arbeiten und Praxiserfahrungen von Lehrkräften verarbeitet, mittels Akzeptanzbefragungen [3] auf ihre Eignung zur Vermittlung der zugrundeliegenden Grundideen getestet und wiederum überarbeitet. Der verbesserte Unterrichtsentwurf wurde anschließend in einem Wiener Realgymnasium getestet und unterschiedliche Methoden der empirischen Sozialforschung zur Evaluation herangezogen. Mittels teilnehmender Beobachtung nach Lamnek [4] wurden die Herangehensweisen von den Schüler\*innen und dabei konstruierten Ideen, unter Zuhilfenahme eines vorbereiteten Leitfadens, aufgedeckt. Aufgrund der COVID-19 Pandemie konnte die Verfasserin nicht selbst an der Unterrichtsstunde teilnehmen. Der Unterricht wurde daher von einer erfahrenen Physiklehrerin durchgeführt und vom Physiklehrer der Klasse beobachtet. Weiters wurden die Unterrichtsgespräche zweier Gruppen mittels Handy aufgenommen sowie die Gesamtsicht der Klasse gefilmt und das Audio- und Videomaterial anschließend analysiert. Dafür wurden sowohl vorab (deduktiv) Kategorien als auch während und nach dem Durchsehen des Materials induktiv Kategorien zur Analyse erstellt (vgl. [5]). Nach drei Tagen wurde ein abschließender schriftlicher Test mit den Schüler\*innen durchgeführt und die gesetzten Ziele für die Unterrichtsentwürfe mit den Ergebnissen der Tests verglichen. Über ein Zoom-Meeting berichtete die Lehrkraft, welche den Unterricht durchgeführt hatte, über Auffälligkeiten und Schwierigkeiten. Beobachtungen durch die Video- und Audio-Analysen wurden ebenfalls mit der Lehrperson abgeglichen. In einem letzten Evaluationsschritt wurden die Erkenntnisse der Intervention in das Unterrichtskonzept eingearbeitet.

## 5. Ergebnisse & Überarbeitung

Die Testung der Unterrichtsmaterialien im Klassenverband zeigte, dass sich das erdachte Experiment zur Durchführung und Einleitung in das Thema Messunsicherheiten eignet. Anfangs erschien es den Schüler\*innen recht simpel, dennoch waren sie motiviert, das Experiment durchzuführen.

Die Schüler\*innen diskutierten über Möglichkeiten zur „genaueren“ Messung, wodurch das erste Ziel, nämlich die Bewusstmachung von und das Nachdenken über Messunsicherheiten, erreicht wurde. Ohne Zutun kamen die Schüler\*innen auf die „Genauigkeit“ der Messung zu sprechen. Was unter anderem an kurzen Konversationen wie folgender zu sehen ist:

S1: „Sind das 40? Sind das genau 40?“

S2: „Der erste ist 40.“

S3: „Stells mal auf den Tisch“

S1: „Na, das sind nicht genau 40“

S2: „Doch das sind genau 40.“

Beim Vergleich des Lückentextes im Plenum stellte sich heraus, dass die Überleitung zur Vertrauenswürdigkeit einer Messung anhand der Skala am Arbeitsblatt (Abbildung 2) zumindest bei einer aufgerufenen Schülerin nicht erfolgreich war „Genau das hab' ich nicht [...] und es passt auch nicht das, was wir ok fänden“. Da es sich hier um den Kern des Unterrichtskonzeptes handelt, wurde bei der Überarbeitung des Arbeitsblattes die Alltagssprache der Schüler\*innen (Wie vertrauenswürdig – wie „genau“ –, glaubst du, ist eure Messung?) aufgegriffen, wodurch ein Anknüpfen an das Wissen der Schüler\*innen erhofft wurde.

Als herausfordernd stellten sich die vielen neuen und vor allem ähnlichen Begriffe (Beginn der Fachbegriffe mit „Mess-“) beim Ausfüllen des Lückentextes heraus, wie auch von der durchführenden Lehrperson in der Nachbesprechung kritisch angemerkt wurde: „Es sind halt echt viele neue Begriffe und alle fangen irgendwie mit ‚Mess-‘ an“. Eine weitere Definition sowie die Umgestaltung des Lückentextes soll Abhilfe beim Anwenden und Erlernen der Fachbegriffe schaffen.

Aus dem schriftlichen Test drei Tage nach der Testung der Unterrichtsmaterialien ging hervor, dass die Lernziele der Unterrichtsplanung weitestgehend erreicht wurden. Der Test zeigte, dass der Großteil der Schüler\*innen erkannte, dass eine einzelne Messung wenig vertrauenswürdig ist. Mehr als  $\frac{2}{3}$  der Schüler\*innen schätzten das erste Item aus Tabelle 1 tendenziell „gar nicht vertrauenswürdig“ ein (die Vertrauenswürdigkeit war anzukreuzen wie in Abbildung 2). Als Verbesserungsvorschlag gab der Großteil an, „mehr Messungen und dann [den] Mittelwert berechnen“ bzw. den „Durchschnitt berechnen“ zu müssen. Als Verbesserungsvorschläge wurden sowohl die Typ-A-Messunsicherheit (Kategorie „Messreihe anfertigen und Mittelwert bilden“) als auch die Typ-B-Messunsicherheit (Kategorien „genaueres Messgerät“ und „Verbesserung der Versuchsanordnung“) angesprochen. Das zweite Item wurde von  $\frac{3}{4}$  der Schüler\*innen richtig beantwortet („die Messungen der beiden Kinder können nicht verglichen werden“). Leider *begründete* jedoch keine\*r der Schüler\*innen seine\*ihre Auswahl mit der fehlenden Messreihe (bzw. dem Mittelwert) und der fehlenden Messunsicherheit. Im nächsten Schritt wurde hingegen sechs Mal mehrmaliges Messen/ Berechnen des Mittelwerts als Verbesserungsvorschlag angegeben. Die übrigen Vorschläge bezogen sich vor allem auf die Typ-B-Messunsicherheit. Beim letzten Item gaben fast  $\frac{2}{3}$  der Schüler\*innen *begründet* die richtige Antwort an (Lisas Ergebnis ist vertrauenswürdiger, weil ihre Spannweite kleiner ist).

**Tabelle 1: Items der schriftlichen Befragung drei Tage nach der Testung des Unterrichtskonzeptes.**

<b>Einleitung</b>	Martins Klasse soll im Physikunterricht folgendes Experiment durchführen: Lasse einen Tennisball von zwei Metern Höhe zu Boden fallen und stoppe die Zeit. Wie lange braucht der Ball, bis er am Boden aufprallt?
<b>Item 1</b>	Martin lässt den Ball aus zwei Metern Höhe fallen und stoppt die Zeit mit dem Sekundenzeiger seiner Armbanduhr. Die gestoppte Zeit beträgt 2s. Wie vertrauenswürdig ist die Messung von Martin deiner Meinung nach?
<b>Item 2</b>	Martin führt nun das Experiment mit der Stoppuhr seines Handys durch und vergleicht die gemessene Zeit von 0,67s mit der gemessenen Zeit seiner Sitznachbarin Lisa. Lisa hat 0,90s gestoppt. Beide haben das Experiment unter denselben Bedingungen durchgeführt. Wer von den beiden hat das vertrauenswürdiger Ergebnis?
<b>Item 3</b>	Martin und Lisa führen das Experiment noch einmal durch, dieses Mal machen sie 10 Messungen. Zum Schluss berechnen sie den Mittelwert und die Spannweite ihrer Messreihe. Martins Mittelwert beträgt 0,66s und die Spannweite 0,26s. Lisas Mittelwert beträgt 0,81s und die Spannweite 0,19s. Welche Messung ist deiner Meinung nach vertrauenswürdiger?

Um vor allem in der zweiten Stunde mehr Raum für die Diskussion von Messunsicherheiten zu schaffen, wurde als zusätzliche Übungsmöglichkeit ein Concept Cartoon (B9 & B10) zu den Arbeitsmaterialien hinzugefügt. Es werden noch einmal sowohl die Typ-A- als auch die Typ-B-Messunsicherheiten anhand konkreter Beispiele angesprochen, wodurch das theoretisch erlangte Wissen angewendet werden soll. Beim Erstellen der Aufgaben wurden Aussagen aus der Unterrichtsbeobachtung und Erkenntnisse aus der schriftlichen Testung aufgegriffen.

## 6. Fazit & Diskussion

Leider konnte aufgrund der spontanen Durchführung der Testung (bedingt durch den bevorstehenden zweiten Lockdown im Rahmen der COVID-19 Präventionsmaßnahmen) kein Pre-Test erhoben werden. Der fehlende Vergleich lässt daher nicht ausschließen, ob Teile des ausgefüllten Tests auf bereits vorhandenes Vorwissen zurückzuführen sind. Nach Angaben

der Physiklehrerin hatten die Schüler\*innen jedoch bisher keine Erfahrung mit Aufgabenstellungen mit Fokus auf die E-Kompetenz im Sinne des NaWi-Kompetenzmodells des BIFIE [6] (z. B. „im Rahmen naturwissenschaftlicher Untersuchungen oder Experimente Daten aufnehmen und analysieren“). Das überarbeitete NaWi-Kompetenzmodell findet sich auch im Lehrplan der Sek II [7] sowie im Entwurf des neuen Lehrplans für die Sek I wieder. Somit dürfte die Anwendung des aus dem Mathematik-Unterricht bekannten Mittelwerts und der Spannweite zur Auswertung eines Experiments in den Naturwissenschaften neu für die Schüler\*innen gewesen sein. Die Antworten der Schüler\*innen lieferten dennoch einen Beitrag zur Überarbeitung der bestehenden Unterrichtsmaterialien.

Nachdem es kaum experimenteller Vorerfahrungen für die Durchführung des vorgestellten Unterrichtskonzeptes benötigt, ist der Einsatz bereits zu Beginn der Sek. I möglich. Aus mathematischer Perspektive erscheint auch das Bilden des Mittelwerts und das Berechnen der Spannweite gegen Ende der sechsten Schulstufe durchaus machbar. Gleichmaßen kann der vorliegende Unterrichtsentwurf ebenfalls in der Sek. II, zum Beispiel zu Beginn des Physikunterrichts in der neunten bzw. zehnten Schulstufe eingesetzt werden. Anstelle der Spannweite sollte hier jedenfalls die Standardabweichung (des Mittelwerts) treten.

Die Testung der Unterrichtsmaterialien lässt insgesamt den Schluss zu, dass das erarbeitete Konzept zur Einführung in den Umgang mit Messunsicherheiten in den Naturwissenschaften, insbesondere im Physikunterricht, einen wertvollen Beitrag zur Entwicklung der E-Kompetenz im wissenschaftlichen Arbeiten leistet. Im Anhang befinden sich die Bausteine der Unterrichtsmaterialien, die vollständige Sammlung der Arbeitsblätter ist in der Masterarbeit zu finden.

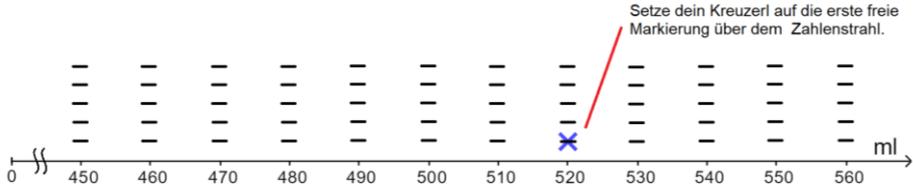
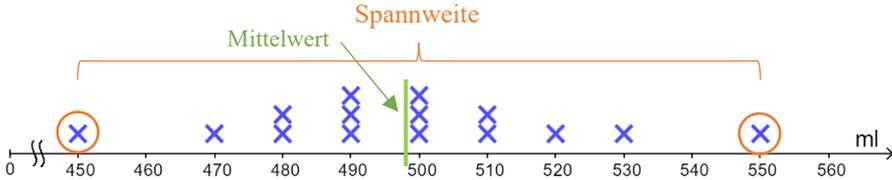
---

**Hannah Loidl** *Masterstudentin der Unterrichtsfächer  
Physik und Bewegung & Sport an der Universität Wien.*

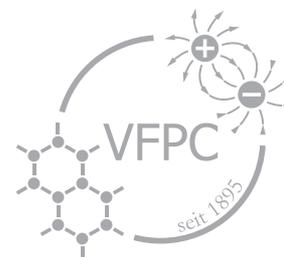
## Literatur

- [1] Wiesner, H., Schecker, H., & Hopf, M. (2011). *Physikdidaktik kompakt*. Freising: Aulis-Verl.
- [2] Haagen-Schützenhöfer, C. (2015). *Kumulative Habilitationsschrift mit dem Schwerpunkt Lehr- und Lernprozesse im Anfangsoptikunterricht der Sekundarstufe I*. Wien: Universität Wien.
- [3] Wiesner, H. & Wodzinski, R. (1996). Akzeptanzbefragungen als Methode zur Untersuchung von Lernschwierigkeiten und Lernverläufen. In: Duit, R., & Pädagogische Hochschule Ludwigsburg. *Lernen in den Naturwissenschaften: Beiträge zu einem Workshop an der Pädagogischen Hochschule Ludwigsburg* (IPN; 151). Kiel.
- [4] Lamnek, S. & Krell, C. (2016). *Qualitative Sozialforschung: Mit Online-Materialien* (6., überarbeitete Auflage). Weinheim: Beltz.
- [5] Altrichter, H. & Posch, P. (2007). *Lehrerinnen und Lehrer erforschen ihren Unterricht*. (4., überarbeitete Auflage). Bad Heilbrunn: Julius Klinkhardt.
- [6] BIFIE (Hrsg.). (2011). *Kompetenzmodell Naturwissenschaften 8. Schulstufe*. Letzter Zugriff am 26.01.2021 unter: <https://www.iqs.gv.at/themen/nationales-monitoring/bildungsstandards/grundlagen-der-bildungsstandards>

## Anhang

<b>Bausteine für das Unterrichten von Messunsicherheiten</b>	
<p>B1 Einschätzung der Vertrauenswürdigkeit</p>	<p>Wie vertrauenswürdig („genau“), glaubst du, ist eure Messung?</p> <p style="text-align: center;">gar nicht vertrauenswürdig ←————→ sehr vertrauenswürdig</p>
<p>B2 Messunsicherheit Messgerät (z. B. Messbecher)</p>	<p>Wie groß ist die kleinste Menge, die ihr am Messbecher noch ablesen könnt? _____ ml</p> <p>Wie groß ist daher die <b>Messunsicherheit des Messbechers</b>? Überlege zur Beantwortung dieser Frage, was der maximale Wert ist, um den du nach oben oder unten runden kannst.</p> <p><math>\Delta V =</math> _____ ml</p>
<p>B3 Vergleich von Messergebnissen am Zahlenstrahl</p>	<p>Zeichnet euer Ergebnis (in ml) auf dem Zahlenstrahl am vorbereiteten Poster bei der Lehrkraft ein. <b>Vergleicht</b> dann euren Messwert mit den Messwerten der anderen Gruppen.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Suche dein Messergebnis am Zahlenstrahl.</li> <li>Mache ein Kreuzerl bei der ersten freien Markierung.</li> </ol> <p style="text-align: right;">Setze dein Kreuzerl auf die erste freie Markierung über dem Zahlenstrahl.</p> 
<p>B4 Quellen von Unsicherheiten</p>	<p>Welche <b>Messunsicherheiten</b> könnten dazu beigetragen haben, dass die Messwerte der verschiedenen Gruppen <b>auf dem Zahlenstrahl verstreut</b> sind?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• _____</li> <li>• _____</li> <li>• _____</li> </ul>
<p>B5 Verbindung Vertrauenswürdigkeit und Messunsicherheit</p>	<p>Wie wirken sich Messunsicherheiten auf die Vertrauenswürdigkeit einer Messung aus?</p> <p style="border: 1px solid orange; padding: 5px; display: inline-block;">Je _____ die Messunsicherheit, desto höher ist die Vertrauenswürdigkeit einer Messung.</p> <p style="margin-left: 20px;">größer</p> <p style="margin-left: 20px;">kleiner</p>
<p>B6 Berechnen von Mittelwert und Spannweite</p>	<p>Zur Bestimmung der <b>Messunsicherheit der Messreihe</b> ziehen wir als einfachste Methode die <b>Spannweite</b> heran. Die Spannweite beinhaltet die Messwerte aller Gruppen und wird aus der <b>Differenz des größten und kleinsten Wertes</b> einer Messreihe berechnet. Schau dir dazu die untere beispielhafte Abbildung 1 an. Berechne die Spannweite der Messreihe eurer Klasse!</p> <p>Die Spannweite des Volumens = _____ ml.</p>  <p style="text-align: center;">Abbildung 1: Zahlenstrahl mit ausgedachten Werten.</p>
<p>B7 Verknüpfung Spannweite und Messunsicherheit</p>	<p>Schau dir noch einmal den Zahlenstrahl aus Abbildung 1 an und stelle dir vor, dass die beiden <b>eingekreisten Werte nicht</b> zur Messreihe gehören.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Wäre die Spannweite der Messreihe dann größer oder kleiner?             <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> Die Spannweite der Messreihe wäre <b>größer</b>.</li> <li><input type="checkbox"/> Die Spannweite der Messreihe wäre <b>kleiner</b>.</li> </ul> </li> <li>Was bedeutet das für die <b>Vertrauenswürdigkeit</b> und <b>Messunsicherheit</b> der Messreihe?             <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> Die Messreihe hat eine kleinere Messunsicherheit und ist somit vertrauenswürdiger.</li> <li><input type="checkbox"/> Die Messreihe hat eine größere Messunsicherheit und ist somit weniger vertrauenswürdig.</li> </ul> </li> </ol>

# plusLucis



75. Fortbildungswoche 21.2.2022 bis 23.2.2022

## Liebe Vereinsmitglieder, sehr geehrte Kolleginnen und Kollegen,

während ich hier sitze und schreibe, steigen die COVID-Zahlen in Österreich minütlich. Niemand weiß gerade, was nächste Woche oder übernächste Woche sein wird. Viele von uns rechnen damit, dass es doch bald wieder einen Lockdown für alle geben könnte. Aber lassen wir uns davon nicht entmutigen!

Wir sind zuversichtlich, dass wir Sie alle auch persönlich im Februar 2022 zur Fortbildungswoche begrüßen können. Vor Ihnen liegt das Programmheft, in dem Sie die Details unserer interessanten und abwechslungsreichen Angebote finden werden. Sie werden feststellen, dass es wie immer eine Mischung aus Vorträgen, Workshops und Exkursionen geben wird. Wir werden für die Fortbildungswoche die dann gültigen Covid-Regelungen für Veranstaltungen der Stadt Wien anwenden. Wir sind aber sicher, dass Sie alle sowieso schon geimpft sind und sich regelmäßig testen.

Bedanken möchte ich mich bei den Fördergebern der Fortbildungswoche. Zu nennen sind hier die Fakultät für Physik der Universität Wien und die Pädagogische Hochschule Wien. Ohne die Unterstützung durch diese beiden Institutionen könnte diese Veranstaltung nicht in dieser Form stattfinden. Danken möchte ich auch den Arbeitsgemeinschaften der Region und den anderen pädagogischen Hochschulen für die

Unterstützung. Ohne die vielen Menschen in den Teams der AECCs Chemie und Physik könnte die Fortbildungswoche ebenfalls nicht gelingen. Ein besonderer Dank gilt Thomas Plotz von der Kirchlichen Pädagogischen Hochschule Wien/Krems, der den Volksschulnachmittag der Fortbildungswoche verantwortet.

Wie schon im Jahr 2020 haben wir das Programm wieder auf drei Tage konzentriert. Diese Form hat sich bewährt und erleichtert Ihnen in dieser Form die Teilnahme an den Vorträgen, Workshops und Exkursionen. Daneben wird es eine Reihe an Angeboten geben, die sie auch Online wahrnehmen können, werden. So werden wir z. B. die Vorträge streamen und es gibt einige virtuelle Exkursionen.

Eine Frage bleibt zu klären: Die wievielte Fortbildungswoche ist es denn jetzt? Wir haben uns dafür entschieden, im Jahr 2022 die 75. Fortbildungswoche und damit einen runden Geburtstag zu feiern. Ja, es stimmt, dass das eigentlich schon die 76. Fortbildungswoche wäre. Aber die pandemiebedingte Version der letzten Fortbildungswoche erschien uns nicht geeignet für einen runden Geburtstag. Wir werden dann 2023 mit der 77. Fortbildungswoche fortfahren, um die ursprüngliche Zählung wieder herzustellen.

Viel Spaß auf der Fortbildungswoche

*Martin Hopf, Obmann*

## Neue Anmeldung zur Fortbildungswoche

Für die 75. Fortbildungswoche wird in diesem Jahr wieder mit dem Buchungssystem *eveeno* gearbeitet. Abgewickelt wird die Anmeldung über folgende Homepage:

<https://eveeno.com/PlusLucis>

Folgen Sie zur Anmeldung einfach diesem Link. Bei Problemen bitten wir um eine Mail an die folgende Adresse: [vorstand@pluslucis.org](mailto:vorstand@pluslucis.org)

Den obigen Link finden Sie auch auf der Vereinshomepage, wo Sie zudem eine Langform des Programms inklusiver

verschiedenster Beschreibungen für die Vorträge, Workshops und Exkursionen finden.

Die Anmeldung für Vereinsmitglieder ist mittels Anmeldecode (findet sich auf der Rückseite dieser Plus Lucis Ausgabe) ab 3.1.2022 möglich. Alle anderen können sich ab 8.1.2022 für die Fortbildungswoche anmelden.

Wir freuen uns auf Ihr Kommen im Februar.

*Der Vorstand*

**Vorträge**

ORT: Lise Meitner HS, Strudelhofgasse 4,  
1090 Wien, 1. Stock

**Workshops****Montag, 21.2.2022**

9:15-10:00	<b>Begrüßung und Eröffnung</b> Prof. Dr. Martin Hopf, Obmann		
10:00-11:00	<b>Challenges in Designing New Batteries for a Low Carbon Economy</b> Prof. Dr. Clare P. Grey, University of Cambridge		
11:30-12:30	<b>Physikalische Melange</b> Prof. Dr. Leopold Mathelitsch, Universität Graz		
14:00-15:00	<b>Frequency Combs and their Applications</b> Prof. Dr. Oliver Heckl, Universität Wien	14:00-17:00	<b>Wie vertrauenswürdig ist mein Messergebnis? – Kritisches Hinterfragen anhand von Messunsicherheiten</b> Hannah Loidl & Dr. Clemens Nagel, Universität Wien <i>Schulversuchspraktikum (Porzellangasse 4, E1 Zwischengeschoß)</i> <b>Gadgets aus der Physiksammlung</b> Dr. <sup>in</sup> Susanne Neumann, ARGE-Leitung Physik, Wien <i>Ernst-Mach Hörsaal (Fakultät für Physik; 2. Stock)</i> <b>Einsatz von Handys im Physikunterricht – praktische Beispiele und Anwendungen</b> Prof. <sup>in</sup> Dr. <sup>in</sup> Lana Ivanjek, TU Dresden <i>Erwin-Schrödinger Hörsaal (Fakultät für Physik; 5. Stock)</i> <b>Zauberhafte Physik – Physikalische Zaubereien</b> Mag. Dieter Kadan, St. Georgs - Kolleg Istanbul <i>Josef-Stefan Hörsaal (Fakultät Physik, 3. Stock)</i> <b>Brick your life – Nachhaltige Konsumentscheidungen mit Hilfe von Bausteinen treffen</b> Prof. Dr. Philipp Spitzer, Universität Graz <i>Multifunktionsraum (Porzellangasse 4, 3. Stock, Raumnr. 315)</i> <b>Anregende chemische Versuche für die Schule</b> Dr. Christoph Luef, Universität Wien <i>Laborsaal 5 (Fakultät Chemie, Währinger Str. 38, 1. Stock)</i>
15:00-16:00	<b>Quantenspiele</b> Prof. Dr. Caslav Brukner, IQOQI und Universität Wien		
16:30-17:30	<b>Schüler*innenvorstellungen zur Wellenoptik</b> Prof. <sup>in</sup> Dr. <sup>in</sup> Lana Ivanjek, TU Dresden		
18:00-19:30	<b>Scavenger Hunt</b> Mag. <sup>a</sup> Louisa Morris, Mag. Florian Budimaier und das Team der Fortbildungswoche) <i>Treffpunkt: Kurt-Gödel Hörsaal</i>		

**Vorträge**

ORT: Lise Meitner HS, Strudelhofgasse 4,  
1090 Wien, 1. Stock

**Vorträge**

ORT: Christian Doppler Hörsaal,  
Strudelhofgasse 4, 1090 Wien, 3. Stock

**Dienstag, 22.2.2022**

9:00-10:00	<b>Klimawandel im Physikunterricht – Alltagsvorstellungen, Chancen und Herausforderungen</b> Dr. Thomas Schubatzky, Universität Graz	9:00-9:55	<b>„Grüne Chemie“ – wie geht das?</b> Prof. Dr. Thomas Rosenau, Universität für Bodenkunde
10:00-11:00	<b>It's not about girls, it's about physics and physics teaching</b> Dr. <sup>in</sup> Ilse Bartosch, Universität Wien	10:00-11:00	<b>Welche Merkmale haben gute Chemieaufgaben?</b> Prof.in Dr.in Katrin Bölsterly Bardy, Pädagogische Hochschule Luzern
11:30-12:30	<b>Stellarium: Astronomische Simulation für Forschung, Lehre und Vermittlung</b> Dr. Georg Zotti, Ludwig Boltzmann Institut für Archäologische Prospektion und virtuelle Archäologie, Wien	11:30-12:30	<b>„Warum müssen wir immer ein Protokoll schreiben?“</b> Dr. <sup>in</sup> Elisabeth Hofer, Leuphana Universität Lüneburg
<b>Workshops nach dem Mittagessen</b>		<b>Exkursionen</b>	
14:00-17:00	<b>Protokollieren einmal anders</b> Dr. <sup>in</sup> Elisabeth Hofer, Leuphana Universität Lüneburg <i>Seminarraum 5, AECC (Porzellangasse 4, 3. Stock, Raumnr. 311)</i>	14:00-16:00	<b>Kraftwerk Simmering</b> <i>Treffpunkt: Besucherzentrum Kraftwerk Simmering, Haidequerstraße 1, 1110 Wien</i>

## Workshops nach dem Mittagessen

14:00-17:00	<p><b>Gib alternativen Fakten keine Chance – Anregungen für einen evidenzbasierten Chemieunterricht</b> Pascal Pollmeier, Universität Paderborn <i>Josef-Stefan Hörsaal (Fakultät Physik, 3. Stock)</i></p> <p><b>Internet-Challenges – Was Chemielehrer*innen über das Internet-Phänomen wissen sollten</b> Julia Werthmüller, TU Darmstadt <i>Multifunktionsraum (Porzellangasse 4, 3. Stock, Raumnr. 315)</i></p> <p><b>Theatrale Methoden im Physikunterricht</b> Mag. Alexander Friedrich, Erich Fried Realgymnasium Wien <i>Ernst-Mach Hörsaal (Fakultät für Physik; 2. Stock)</i></p> <p><b>Freies Arbeiten im Physikunterricht in der Unterstufe</b> Mag. Mario Überwimmer, KreaMont Schule, St. Andrä-Wördern <i>online</i></p> <p><b>Smartphone-Experimente mit externen DIY-Messmodulen</b> Dominik Dorsel, M. Sc., RWTH Aachen <i>online</i></p>
14:00-17:30	<p><b>Klima und Nachhaltigkeit</b> Dr.<sup>n</sup> Ilse Bartosch, Universität Wien &amp; Thomas Schubatzky PhD, Universität Graz <i>Erwin-Schrödinger Hörsaal (Fakultät für Physik; 5. Stock)</i></p>
14:00-18:00	<p><b>Escape the Lab – Ein Chemie Escape Game erleben und selbst gestalten</b> Mag.<sup>a</sup> Martina Zodl, Albertus Magnus Gymnasium <i>Chemiesaal, Albertus Magnus Gymnasium (Semperstraße 45, 2. Stock)</i></p>

## Workshops

## Exkursionen

### Mittwoch, 23.2.2022

9:00-12:00	<p><b>Podcasts zum Selbermachen</b> Mag. Lothar Bodingbauer, ORF <i>Multifunktionsraum (Porzellangasse 4, 3. Stock, Raumnr. 315)</i></p> <p><b>Mechanik des Fahrrads und biomechanische Grundlagen</b> Mag. Christoph Birnbauer &amp; Mag. Andreas Stich, BG Zehnergasse, Wiener Neustadt <i>Schulversuchspraktikum (Porzellangasse 4, E1 Zwischengeschoß)</i></p> <p><b>Energie und Motoren</b> Dr.<sup>n</sup> Marion Pellowski, Deutsches Museum <i>online</i></p> <p><b>Augmented Reality-Experimente mit GeoGebra</b> Albert Teichrew &amp; Mareike Freese, Goethe-Universität Frankfurt am Main <i>online</i></p>	
14:00-17:00	<p><b>Dynamische Prozesse in Tanz und Physik</b> Katharina Holzweber, BA BSc. MSc, Fakultät für Physik, Universität Wien <i>Ernst-Mach Hörsaal (Fakultät für Physik; 2. Stock)</i></p> <p><b>3D Drucker Workshop für Lehrer*innen</b> Mag. Felix Schöfl, Wiedner Gymnasium Wien <i>Schulversuchspraktikum (Porzellangasse 4; E1 Zwischengeschoß)</i></p>	<p>14:00-15:30 <b>Andoya Space Center, Norway</b> DI Dr. Peter Habison, ESO <i>online</i></p> <p>16:30-19:00 <b>Medizinische Anwendungen der Teilchenphysik</b> Dr. Gerfried Wiener und Mag.<sup>a</sup> Sarah Zöchling, CERN <i>online</i></p>

## Naturwissenschaftlicher Sachunterricht in der Volksschule

Ort: Fakultät für Physik, Universität Wien, Boltzmannngasse 5, 1090 Wien

<b>Mittwoch, 23.2.2022, 14:00-18:00</b>	
14:00-14:45	<b>Energie ist ...?! – Das Energiekonzept in der Primarschule</b> Prof. <sup>in</sup> Dr. <sup>in</sup> Maja Brückmann, Universität Oldenburg <i>Christian Doppler HS (Fakultät für Physik; 3. Stock)</i>
<b>Workshops</b>	
15:00-16:15	<b>Wie kann man Energie erfahrbar machen? – Unterrichtsbeispiele aus der Praxis</b> Prof. <sup>in</sup> Dr. <sup>in</sup> Maja Brückmann, Universität Oldenburg <i>Kl. Seminarraum Materialphysik (Fakultät für Physik; 1. Stock)</i> <b>„LEO“. Ein Materialpaket zum Themenfeld ‘Säuren und Basen‘ in unserem Alltag für die Primarstufe</b> Dr. Christian Nosko, KPH Wien/Krems und AECC Chemie, Universität Wien Dr. <sup>in</sup> Susanne Jaklin-Farcher, Pädagogische Hochschule Wien und AECC Chemie, Universität Wien Mag. <sup>a</sup> Katrin Reiter, Pädagogische Hochschule Wien und AECC Chemie, Universität Wien <i>Kurt Gödel Hörsaal (Fakultät für Physik; Erdgeschoss)</i> <b>Schulgärtnern – mit und ohne Garten!</b> HS-Prof. Dr. Stefan Jarau, Pädagogische Hochschule Vorarlberg <i>Ernst-Mach-Hörsaal (Fakultät für Physik; 2. Stock)</i> <b>Vom LEGO-Modell zum Kohlenstoffkreislauf-Spiel</b> Mag.a Elisabeth Nowak, Pädagogische Hochschule Oberösterreich <i>Zimmer 55 (Fakultät für Physik; 1.Stock, Raumnummer: 3114)</i>
16:15-16:45	<b>Kaffeepause</b>
16:45-18:00	<b>Wiederholung der Workshops</b>

Die Teilnahme ist kostenfrei. Um Anmeldung bei der Schulaufsicht wird gebeten.

### Hinweise für die Teilnehmerinnen und Teilnehmer:

- Für alle Veranstaltungen ist wegen beschränkter Teilnehmerzahl und aufgrund von Covid-Regelungen eine vorherige Anmeldung notwendig. Die Anmeldung erfolgt ausschließlich über das Internet unter <https://www.pluslucis.org/>. Dort sind weitere Informationen zu finden. Sollte später Ihre Teilnahme unmöglich werden, ersuchen wir Sie dringend, sich im Anmeldesystem selbst wieder abzumelden, damit andere Personen den Platz nutzen können. **Anmeldeschluss: 13.2.2022**
- Es gelten die zum jeweiligen Zeitpunkt gültigen (Wiener) Sicherheitsregeln zu Covid19. Eine Teilnahme an der Fortbildungswoche ist nur mit gültigem Nachweis entsprechend der gültigen Richtlinien erlaubt. Die Zertifikate werden vor Ort überprüft. Die gültigen Regeln zu Maskenpflicht und Abständen werden vor der Veranstaltung bekanntgegeben und sind einzuhalten. Wer die Regeln nicht einhält, kann an der Veranstaltung nicht teilnehmen.
- Zur dienstrechtlichen Absicherung Ihrer Teilnahme ist die Inskription an der Pädagogischen Hochschule Wien notwendig. Informationen dazu sind auf unserer Homepage abrufbar.
- Die Teilnahme ist für Mitglieder des Vereins zur Förderung des physikalischen und chemischen Unterrichts frei. Von Nichtmitgliedern wird für die Anmeldung ein **Spesenbeitrag zu den Organisationsspesen in der Höhe von Euro 20,-** eingehoben.
- Alle Teilnehmerinnen und Teilnehmer werden aufmerksam gemacht, dass sie Labors, Betriebsstätten und sonstige Teile von Fabriks- oder anderen Anlagen auf eigene Gefahr besuchen und dass weder das Unternehmen noch der Verein für Unglücksfälle und sonstige wie immer geartete Schadensfälle, die sich – gleichgültig ob durch eigenes oder fremdes Verschulden, Zufall oder sonst wie immer – während oder anlässlich des Besuches ereignen, haftbar oder schadenersatzpflichtig sind.
- Es wird darauf hingewiesen, dass am Veranstaltungsort Fotos angefertigt werden und zu Zwecken der Dokumentation der Veranstaltung veröffentlicht werden können.
- Die Workshops werden unterstützt durch die Pädagogische Hochschule Wien.
- Mit der Anmeldung zur Fortbildungswoche stimme ich ausdrücklich zu, dass die von mir angegebenen Daten für Veranstaltungszwecke verarbeitet werden dürfen. Die Datenschutzerklärung für diese Anwendung finden Sie unter [https://www.pluslucis.org/Dateien/Datenschutzerklaerung\\_Verein.pdf](https://www.pluslucis.org/Dateien/Datenschutzerklaerung_Verein.pdf).
- Mir ist bekannt, dass ich meine Einwilligung jederzeit durch Übersendung eines Schreibens an den Verein zur Förderung des physikalischen und chemischen Unterrichts, +43-1-4200-60330, [vorstand@pluslucis.org](mailto:vorstand@pluslucis.org), Martin Hopf widerrufen kann.
- Die Lagepläne der Hörsäle in der Boltzmannngasse finden Sie unter folgendem Link: <https://physik.univie.ac.at/lageplankontakt/hoersaalplan-boltzmannngasse/>

B8 Vergleich von Messergebnissen

Messunsicherheiten ermöglichen es uns, Ergebnisse vergleichen zu können. Stelle dir vor, dass eure Parallelklassen das gleiche Experiment durchgeführt haben. Die Ergebnisse kannst du in der folgenden Tabelle finden:

Klasse	Ergebnis (Mittelwert)	Messunsicherheit d. Messreihe	Messunsicherheit d. Messgeräts
Klasse X	498 ml	100 ml	5 ml
Klasse Y	505 ml	70 ml	5 ml
Klasse Z	505 ml	80 ml	5 ml
Deine Klasse			

a. Ordne die Messungen der Klassen nach ihrer Messunsicherheit?  
 b. Welche Klasse hatte das vertrauenswürdige Ergebnis? \_\_\_\_\_

---

B9 Concept Cartoon zur Typ-A-Messunsicherheit

Szene 1: Julian und Marie haben beide das gleiche Experiment durchgeführt und vergleichen nun ihre Ergebnisse. **Diskutiere** mit deiner\*deinem Sitznachbar\*in, ob Marie oder Julian das **vertrauenswürdiger Ergebnis** hat. **Begründe** deine Vermutungen!

Marie:  
 $V = 970 \text{ ml}$   
 $\Delta V = \pm 40 \text{ ml}$



Marie

Julian:  
 $V = 1010 \text{ ml}$   
 $\Delta V = \pm 60 \text{ ml}$



Julian

Marie's speech bubble: *Mein Ergebnis ist sehr vertrauenswürdig, denn die Spannweite  $\Delta V$  meiner Messwerte ist sehr klein.*

Julian's speech bubble: *Mein Ergebnis ist sehr vertrauenswürdig. Ich habe sehr viele Messungen gemacht und daher kommt mein Mittelwert dem wahren Wert sehr nahe.*

---

B10 Concept Cartoon zur Typ-B-Messunsicherheit

Szene 2: Mia und Enya haben beide das gleiche Experiment durchgeführt und vergleichen nun ihre Ergebnisse. **Diskutiere** mit deiner\*deinem Sitznachbar\*in, wer die **vertrauenswürdiger Messung** hat. Denke auch darüber nach, ob jemand einen **Fehler** gemacht hat. **Begründe** deine Vermutungen!

Mia



Mia

Enya



Enya

Mia's speech bubble: *Ich habe zwar ein bisschen Wasser verschüttet, aber mein Messbecher hat nur eine Messunsicherheit von  $\pm 2,5 \text{ ml}$ .*

Enya's speech bubble: *Ich habe sehr ordentlich gemessen und nichts verschüttet. Mein Messbecher hat aber eine Messunsicherheit von  $\pm 5 \text{ ml}$ .*

Mia's thought bubble (measuring cup): 20 ml, 15 ml, 10 ml, 5 ml

Enya's thought bubble (measuring cup): 40 ml, 30 ml, 20 ml, 10 ml

# Den Umgang mit Daten und Messunsicherheiten lernen – Digitale Apps für ein wichtiges Thema

Engin Kardaş & Tobias Ludwig

## 1. Motivation

Kompetenzen für einen adäquaten Umgang mit Messdaten und ihren Unsicherheiten sind beim Experimentieren in der Schule unabdingbar und für den Erkenntnisgewinn in der Physik notwendig. Neben normativen Gründen gibt es mittlerweile eine Reihe von empirischen, fachdidaktischen Studien, welche die Bedeutung von Kompetenzen im Umgang mit Daten unterstreichen: So konnten wir in verschiedenen Studien mit über 1500 Schüler\*innen zeigen, dass Schüler\*innen, die eher ein hohes Vorwissen haben, eher fachlich richtige Schlüsse aus Messdaten ziehen, während hingegen Lernende, denen Kompetenzen zur Auswertung von Messdaten fehlen, eher intuitiv vorgehen und eher zu fachlich falschen Hypothesen gelangen (z. B. [1]). Vor diesem Hintergrund entwickeln wir im Projekt „Förderung der Argumentationsfähigkeit beim Experimentieren im Physikunterricht“ 10 digitale Lernumgebungen, die das fachliche Wissen der Schüler\*innen im Hinblick auf den Umgang mit Daten und Messunsicherheiten fördern und als *open educational resource* für Physiklehrkräfte zur Einbindung im Unterricht zur Verfügung stehen. Der Beitrag beschreibt die inhaltliche Struktur und Eigenschaften der Lernumgebungen und stellt zwei exemplarische Möglichkeiten der Einbindung in den Unterricht vor.

## 2. Eigenschaften der Lernumgebungen

Während frühere Anregungen zur Einbindung des Themas in den Unterricht tendenziell eher „analog“ vorgegangen sind, beispielweise durch Unterrichtspläne bzw. -sequenzen [2], formulierte Unterrichtsziele [3] oder aber auch durch Lernplattformen mit Materialien und Plänen zur expliziten Förderung von experimentellen Teilkompetenzen, zu denen auch der adäquate Umgang mit Daten und Messunsicherheiten gehört [4], verfolgen wir einen Ansatz, bei dem Möglichkeiten *digitaler* Lernumgebungen gewinnbringend genutzt werden. Zentrale Eigenschaften der Lernumgebungen sind:

*Niedrigschwellige Anwendung im Browser.* Die auf der Basis der Statistikvisualisierung Shiny entwickelten Lernumgebungen, die optisch und funktional stark an Apps erinnern, können mittels einfacher Links plattformunabhängig über einen Browser aufgerufen und, ohne dass zuvor eine lokale Installation durchgeführt werden muss, bearbeitet werden.

*Hohes Maß an Interaktivität.* Die Lernumgebungen weisen ein hohes Maß an Interaktivität auf. Die Möglichkeiten der Interaktion sind vielfältig, so können die Lernenden Daten-

simulationen durchführen, Diagramme oder Unsicherheitsflächen manipulieren etc. (s. Abb. 1 und Abb. 3).

*Modulare Bearbeitung.* Die Lernumgebungen sind modular aufgebaut. So können beispielsweise die Lernumgebungen linear abgearbeitet werden, d.h., dass die Lernumgebungen zum gleichen Konzept sukzessive eingesetzt werden können, oder aber auch bei unterrichtlichem Bedarf individuell und unabhängig voneinander eingesetzt werden. Diese Modularität ermöglicht eine hohe Flexibilität der didaktischen Einsatzmöglichkeiten. Der Zugriff auf die Lernumgebungen unter den jeweiligen Links unterstützt den modularen Charakter der Lernumgebungen. Die Lernumgebungen lassen somit eine große Planungsfreiheit für die Lehrkräfte im Rahmen der Unterrichtsplanung zu, sofern das benötigte Wissen für die Lernumgebungen auf andere Art eingebracht wird.

*Autonome und selbstregulierte Bearbeitung.* Außerdem zeichnen sich die Lernumgebungen durch ein hohes Maß an Autonomie und Selbstregulation beim Bearbeiten aus. Mit diversen Hilfesystemen, der Adaptivität und interaktiven Aufgaben zur Erfolgskontrolle werden die Lernenden beim Bearbeiten der Lernumgebungen und Lernen der neuen Inhalte vielfältig unterstützt.

*Zeitliche Effizienz.* Die Lernumgebungen zeichnen sich weiterhin durch eine zeitliche Effizienz aus, da die Bearbeitungsdauer rund 20-25 Minuten beträgt. Die kurze Bearbeitungsdauer ermöglicht es, die Lernumgebungen flexibel in den Unterricht einzubinden.

*Kontextfrei.* Bei der Bearbeitung der Lernumgebungen ist die Kenntnis physikalischer Kontext und Konzepte nicht nötig. Die Kontextfreiheit begünstigt zudem die Einbindung in den Unterricht.

*Frei und offen.* Die Lernumgebungen werden als *open educational resource* bereitgestellt und sind somit kostenlos zu verwenden. Des Weiteren wird die Qualität der Lernumgebungen durch fachdidaktische Begleitforschung im Rahmen eines Forschungsprojekts sichergestellt.

## 3. Die didaktische Strukturierung der Lernumgebungen

Zur didaktischen Strukturierung der Lernumgebungen wurde sich auf fachlicher Ebene an den Standardwerken Guide to the expression of Uncertainty in Measurement (GUM) [5]

und International Vocabulary of Metrology (VIM) [6] orientiert. Zudem wurde auf aktuelle Vorarbeiten aus der physikdidaktischen Forschung zurückgegriffen (z. B. [7],[8]). Um die Relevanz der Inhalte für Lernende in der Schule zu gewährleisten, wurden die Inhalte mit verschiedenen nationalen und internationalen bildungspolitischen Vorgaben & Zielen verglichen. ([9], [10], [11]). Obwohl strukturelle Unterschiede in den genannten Dokumenten vorliegen, lassen sich inhaltliche Überschneidungen identifizieren, die bei der Entwicklung der Strukturierung berücksichtigt wurden.

Vor diesem Hintergrund haben wir relevante Kompetenzen unterschiedlichen Konzepten zugeordnet. Es ergaben sich die vier Konzepte „Direktes Messen“, „Indirektes Messen“, „Signifikanz“ und „Grafische Auswertung“. Die Konzepte schlüsseln sich in der didaktischen Strukturierung jeweils in drei weitere Teilkonzepte auf, die alle für die Schule relevanten Aspekte beim Ermitteln, Verrechnen und Auswerten von Messwerten abdecken und sich außerdem mit anderen Strukturierungen und Modellen der Fachwissenschaft und fachdidaktischen Forschung zum Bereich Umgang mit Daten und Messunsicherheiten decken (z. B. [12], [7], [13], [5], [14], [15], [16]). Tabelle 1 liefert eine Übersicht über die didaktische Strukturierung.

Die Entwicklung der Strukturierung und der Lernumgebungen (für die Sekundarstufe I<sup>1</sup>) ist vorläufig abgeschlossen. Aktuell befinden sich die Lernumgebungen in einer empirischen Evaluation und daraus resultierende Ergebnisse werden in eine Überarbeitung der Lernumgebungen einfließen.

#### 4. Inhalte der Lernumgebungen

Nachfolgend werden die zuvor genannten Konzepte inhaltlich ausgeführt und die dazugehörigen Lernumgebungen bzw. Konzepte erläutert.

Konzept A „Direktes Messen“: Dieses Konzept gliedert sich in drei Unterkonzepte und soll dabei grundlegend den Lernenden näherbringen, dass Messwerte streuen, es unterschiedliche Erfassungsmethoden für Messunsicherheiten gibt und ein vollständiges Messergebnis aus Angabe eines Messwerts und der dazugehörigen Unsicherheit besteht. Jedes Unterkonzept wird jeweils von einer Lernumgebung (LU) adressiert.

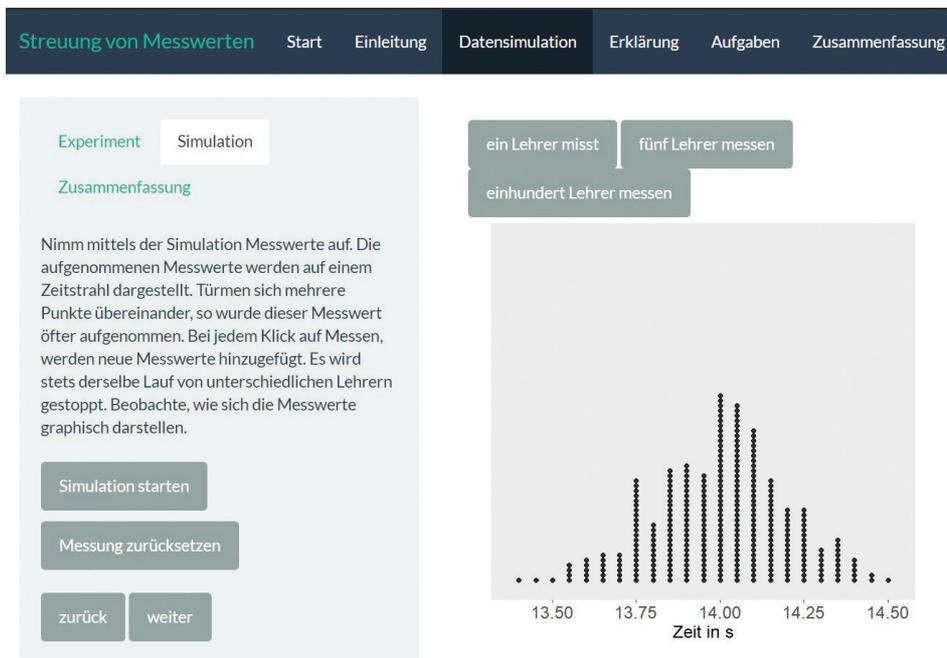
<sup>1</sup> Die Sekundarstufe I bezeichnet in Deutschland die Klassenstufen 7, 8, 9 und 10.

**Tabelle 1:** Übersicht der didaktischen Struktur. In der Horizontalen sind die Konzepte dargestellt (Buchstaben A-C), in der Vertikalen dazugehörige Teilkonzepte (1-3). Jedem der Teilkonzepte wird eine Lernumgebung zugeordnet. Der Grad des fachlichen Anspruchs nimmt von rechts nach links und von oben nach unten zu.

A Direktes Messen	B Indirektes Messen	C Grafische Auswertung	D Signifikanz
A1 Streuung von Messwerten  Jede Messung ist mit einer Unsicherheit versehen. Zur Angabe eines Messergebnisses gehört stets die Messunsicherheit.	B1 Addition absoluter Unsicherheiten  Verrechnung von Messwerten mit Konstanten und zusammengesetzte Unsicherheiten in physikalischen Gesetzmäßigkeiten (Strichrechnung).	C1 Unsicherheitsflächen  Darstellung von Messwerten mit Unsicherheiten im Koordinatensystem. Einführung von Unsicherheitsbalken in x- und y-Richtung.	D1 Vergleich von Messergebnissen  Unterscheidbarkeit wird als Überschneidung von Unsicherheitsintervallen eingeführt. Insbesondere über den graphischen Zugang und der dazugehörigen Überlappung der Intervalle wird die Verträglichkeit von Messergebnissen verdeutlicht.
A2 Unsicherheitsbestimmung  Unsicherheiten können prinzipiell auf zwei Arten bestimmt werden: Die Unsicherheit muss recherchiert werden oder sie kann mit statistischen Mitteln abgeschätzt werden.	B2 Addition relativer Unsicherheiten  Verrechnung von Messwerten mit Konstanten und zusammengesetzte Unsicherheiten in physikalischen Gesetzmäßigkeiten (Punktrechnung).	C2 Ausgleichsgeraden  Einführung der Grundlagen für die Regression. Schüler*innen lernen die Eigenschaften der Ausgleichsgerade kennen.	D2 Boxplots  Einführung von Boxplots als weitere Darstellung eines Messergebnisses, Untersuchung der Quartile als propädeutischer Aspekt für die Einführung der Signifikanz.
A3 Messabweichung  Definition und Nennung der Eigenschaften der Messabweichung.	B3 Zusammengesetzte Unsicherheit nach Gauß*.**  Weiterführende Rechnungen über mehrere Stufen, in denen Messwerte auftreten, allgemeiner Ansatz zur Unsicherheitsfortpflanzung.	C3 Drei-Geraden-Methode  Eine Ausgleichsgerade ist in den seltensten Fällen eindeutig. Eine sinnvolle Ausgleichsgerade kann über die Drei-Geraden-Methode ermittelt werden.	D3 Hypothesentests*  Einführung des Signifikanzbegriffs. Bedeutung des Signifikanzniveaus sowie Fehler erster und zweiter Art.

\* nicht Teil der Sekundarstufe I. Diese Lernumgebungen werden zu einem späteren Zeitpunkt des Projekts (2022) entwickelt.

\*\* Die Autoren möchten an dieser Stelle darauf hinweisen, dass historisch die Formulierung Gauß'sche Fehlerfortpflanzung gewachsen ist. In der Metrologie wird heute unter dem Begriff „Fehler“ das Konzept der Messabweichung verstanden, so dass wir hier statt Fehlerfortpflanzung die Formulierung zusammengesetzte Unsicherheit nach Gauß nutzen.



**Abbildung 1:** Ansicht der gesamten Lernumgebung mit Navigationsleiste (oben), Erklärbox (links) und interaktivem Fenster (rechts). Zu sehen ist die Datensimulation in der Lernumgebung A1. Die virtuell aufgenommenen Messwerte werden unmittelbar in einem Diagramm angeordnet.

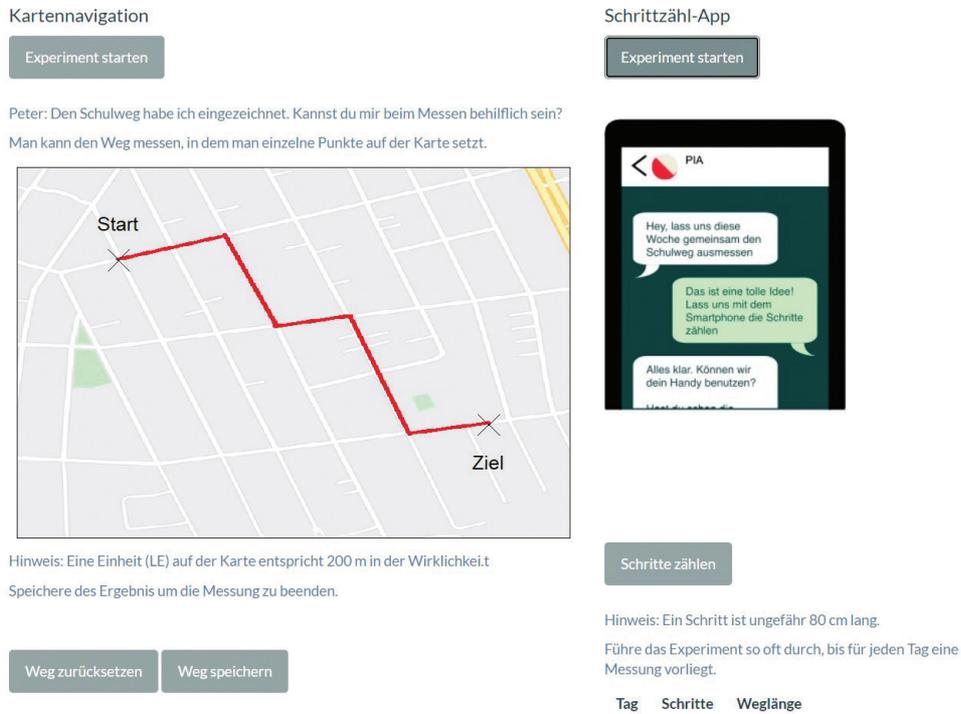
LU A1: „*Streuung von Messwerten*“: Diese Lernumgebung hat zum Ziel, den Lernenden die Existenz der Streuung von Messwerten näherzubringen und legt eine Möglichkeit zur Angabe eines vollständigen Messergebnisses dar. Dabei werden das arithmetische Mittel und der Betrag der maximalen Abweichung zwischen Messwerten und arithmetisches Mittel als Möglichkeit zur Ermittlung der Unsicherheit eingeführt. Dadurch sollen die Lernenden einerseits für die Messunsicherheit an sich sensibilisiert werden und gleichzeitig soll dem Präkonzept einer Punkt-Messung zuvorgekommen werden [17]. Zentrales Element der Lernumgebung ist eine Simulation, in der die Schüler\*innen virtuell Zeiten stoppen können. Die Werte werden unmittelbar visualisiert und passen sich den erfassten Messwerten an. So kann visuell ein Histogramm erzeugt werden, welches die Streuung der Messwerte verdeutlicht. Ein Screenshot der Lernumgebung ist in Abbildung 1 dargestellt.

LU A2: „*Unsicherheitsbestimmung*“: Ziel dieser Lernumgebung ist es, Lernenden die unterschiedlichen Methoden zur Unsicherheitsbestimmung und deren Anwendungsfälle zu demonstrieren. Dabei werden die Typ A und B Unsicherheit des GUM [5] verwendet und den Lernenden als Wiederholmethode und Nachschlagemethode nähergebracht. Die Unterschiede werden den Schüler\*innen während der Messung einer Alltagsgröße, in diesem Fall der Schulweglänge, präsentiert, in dem verschiedene Versuchsmethoden durchgeführt werden. Auf diese Weise kann den Lernenden sowohl der Unterschied zwischen den Methoden verdeutlicht werden als auch deren Anwendungsfälle (s. Abb. 2). Eine fachliche Erweiterung, dass diese Methoden in der Realität in Laboren oder ähnlichen durchaus kombiniert werden, ist weiterhin möglich, da innerhalb der Lernumgebung nur die grundlegenden Eigenschaften genannt werden und einer Kombination ebendieser an keiner Stelle widersprochen wird. Das virtuelle

Erfassen der Messwerte wird ebenfalls durch Simulationen und Visualisierungen innerhalb der Lernumgebung unterstützt.

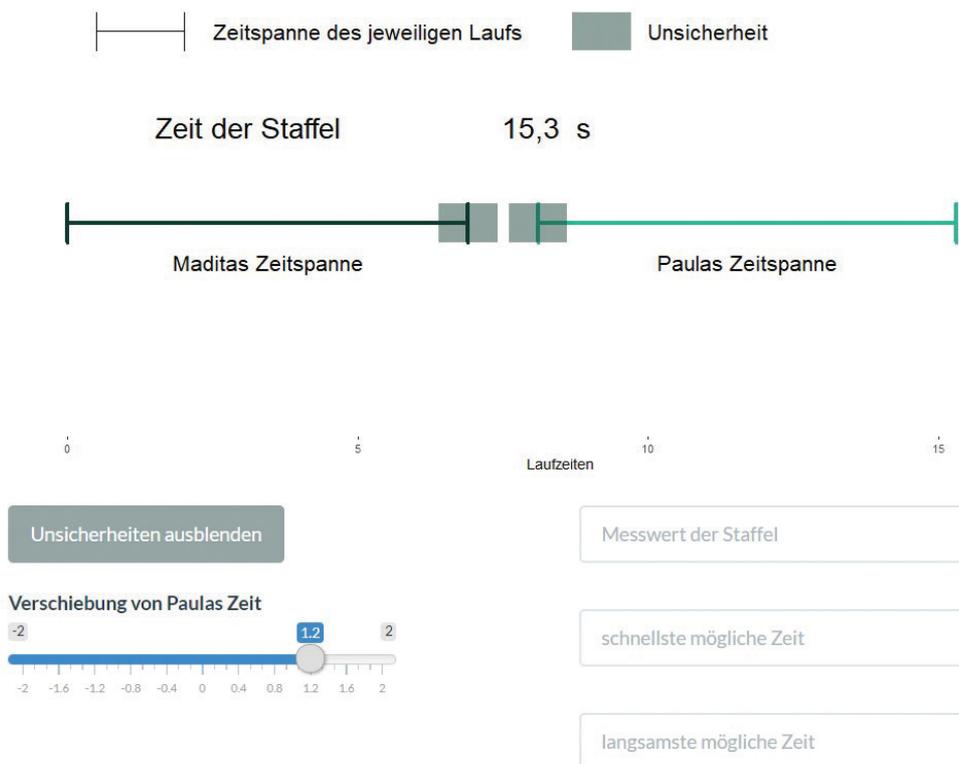
LU A3: „*Messabweichung*“: Die Lernumgebung schafft eine einheitliche Regelung in der Sprache und unterscheidet die Begriffe Unsicherheit, Abweichung und Richtigkeit. Während die Messabweichung die Abweichung des Messergebnisses vom wahren Wert bezeichnet, versteht man unter dem Begriff der Messrichtigkeit die Annäherung des Messergebnisses zum Referenzwert. Die Messunsicherheit ist ein Parameter, der mit dem Messergebnis verbunden ist und die Streuung der Messwerte charakterisiert [5]. Diese Begriffe sind oft mit einer falschen Bedeutung versehen, daher ist es unabdingbar, eine Trennung dieser Begriffe schon im grundlegenden Wissen, um Daten und Messunsicherheiten zu etablieren [18]. Innerhalb der Lernumgebung werden die Begriffe anhand eines Alltagsbeispiels erklärt und visualisiert. Eine interaktive Erarbeitung der Begriffe sorgt für eine hohe Schüler\*innenaktivität.

Konzept B „*Indirektes Messen*“: Das Konzept „Indirektes Messen“ hat zum Ziel, dass Schüler\*innen Ergebnisse aus Messwerten mit Messunsicherheiten bestimmen und die dazugehörigen Unsicherheiten bei Verwendung der Grundrechenarten (Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division) angeben bzw. sinnvoll abschätzen können. Während im Hochschulbereich die Berechnung zusammengesetzter Unsicherheiten üblicherweise unter Verwendung der differentiellen Formel von Gauß bestimmt wird, nutzt diese Lernumgebung eine didaktisch reduzierte Form nach [7], bei der die Addition von absoluten und relativen Unsicherheiten berücksichtigt wird. Dieses Konzept wird ebenfalls in drei Unterkonzepten aufgeteilt, welche jeweils von einer Lernumgebung adressiert

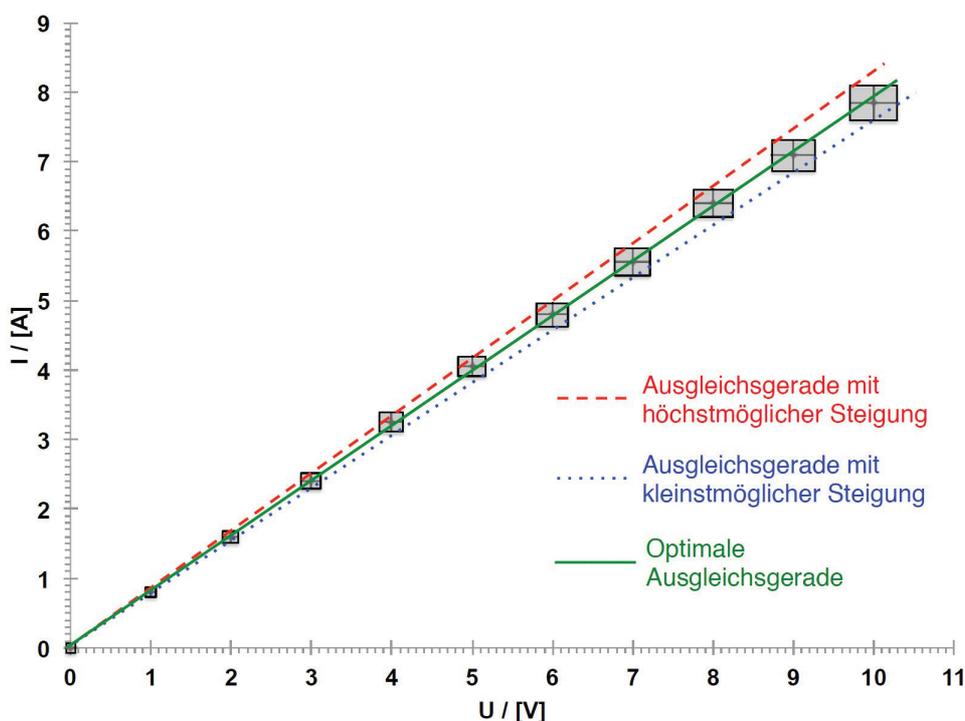


**Abbildung 2:** Ausschnitt der Lernumgebung B2. Gegenüberstellung der unterschiedlichen Versuchsmethoden zur Bestimmung der Schulweglänge der Lernumgebung A2. Dargestellt sind eine digitale Kartennavigation (links) und eine Schrittzählapp (rechts). Lernende können individuelle Schulwege einzeichnen.

Messwerte des Staffellaufs



**Abbildung 3:** Ausschnitt der Lernumgebung B1. Darstellung der interaktiven Erarbeitung der Lernumgebung B1. Mit dem Schieberegler können die Zeitspannen verschoben werden. Auf diese Weise kann die Addition der absoluten Unsicherheiten entdeckt werden.



**Abbildung 4:** Visualisierung der Unsicherheitsflächen und der Drei-Geraden-Methode zur Ermittlung der sinnvollsten Ausgleichsgerade.

werden. Die Fortpflanzung von Unsicherheiten wird im Folgenden nach Rechenarten systematisiert.

**LU B1: „Addition absoluter Unsicherheiten“:** In dieser Lernumgebung wird eine Regel für die zusammengesetzte Unsicherheit eingeführt, die besagt, dass bei der Addition und Subtraktion von Messwerten die absoluten Unsicherheiten der jeweiligen Messwerte addiert werden. Die Addition innerhalb der Lernumgebung ist interaktiv dargestellt und führt die Regel auf visueller Basis ein. Die Regel wird im Anschluss der Lernumgebung auf die Subtraktion verallgemeinert. Den Lernenden wird ein digitales Tafelbild in Form eines PDF-Dokuments zur Sicherung des Wissens und zu besserer Verständlichkeit der Analogie zur Verfügung gestellt.

**LU B2: „Addition relativer Unsicherheiten“:** Die Herleitung der zusammengesetzten Unsicherheit nach Gauß für die Punktrechnung ist nicht ganz so intuitiv wie im Falle der Strichrechnung und wird daher nicht mit den Lernenden durchgeführt. Stattdessen lernen die Schüler\*innen in der Lernumgebung in drei interaktiven Schritten die zusammengesetzte Unsicherheit eines Quotienten. Der Quotient dient hier als exemplarisches Beispiel und die Faustregel für die Schüler\*innen wird am Ende der Lernumgebung wie zuvor in einem digitalen Tafelbild verallgemeinert und den Lernenden zur Verfügung gestellt. Nach Definition der relativen Unsicherheit wird den Lernenden demonstriert, wie sich die relativen Unsicherheiten der Messwerte addieren. Die Erarbeitung der Regel erfolgt gemeinsam mit den Lernenden, wobei die fachliche Richtigkeit der Interaktionen in jedem Schritt über ein direktes Feedback an die Lernenden sichergestellt wird. Ebenso kommen die Lernenden nicht in den nächsten Abschnitt, bis die Eingabe korrekt ist. Auf diese Weise soll gewährleistet werden, dass die

Lernenden zu Beginn der Lernumgebung aktiviert werden, die gesamte Erarbeitung aufmerksam verfolgen und keine falschen Inhalte erarbeiten.

**LU B3: „Zusammengesetzte Unsicherheit nach Gauß“:** Weitere Spezialfälle wie bei den Grundrechenarten werden im Konzept indirektes Messen nicht betrachtet. Diese Lernumgebung, deren Einsatz die fachlichen Inhalte und Anwendungsfälle der Sekundarstufe I übersteigt, würde die zusammengesetzte Unsicherheit nach Gauß beinhalten. Auf diese Weise könnten die Operationen verallgemeinert werden und jeder funktionale Zusammenhang der Messwerte und könnte betrachtet werden.

**Konzept C: „Grafische Auswertung“:** Neben der experimentellen Ermittlung von Literaturwerten ist auch die Untersuchung von funktionalen Zusammenhängen zwischen Messwerten ein wesentlicher Bestandteil des experimentellen Vorgehens. Das Konzept *grafische Auswertung* hat zum Ziel, dass Lernende zwei Größen mit Messunsicherheiten auf Grundlage von grafischen Regressionen bzw. Analyse auf lineare Zusammenhänge untersuchen können. Als sinnvollste Ausgleichsgerade wird dabei die Winkelhalbierende der sog. Drei-Geraden-Methode vermittelt (vgl. [7], S.186). Auch in diesem Fall wird das Konzept auf drei Teilkonzepte und Lernumgebungen aufgeteilt.

**LU C1: „Unsicherheitsflächen“:** Für das Verständnis der Ausgleichsgeraden ist die Vorstellung von Unsicherheitsflächen von unmittelbarer Bedeutung. Innerhalb dieser Lernumgebung wird den Schüler\*innen visuell und interaktiv dargestellt, wie die Unsicherheiten der beiden Größen gemeinsam eine zweidimensionale Unsicherheitsfläche ergeben. Dabei wird bewusst auf Spezialfälle wie quadratische Unsicherheitsflächen verzichtet. Den Schüler\*innen wird verdeutlicht, dass die



**Abbildung 5:** Ansicht der Lernumgebung D1. Dargestellt ist die Erklärung zur Überschneidung der Messergebnisse und der damit resultierenden Verträglichkeit.

Unsicherheitsfläche das zweidimensionale Äquivalent des Unsicherheitsintervalls bildet und somit das wahre Wertepaar beinhaltet.

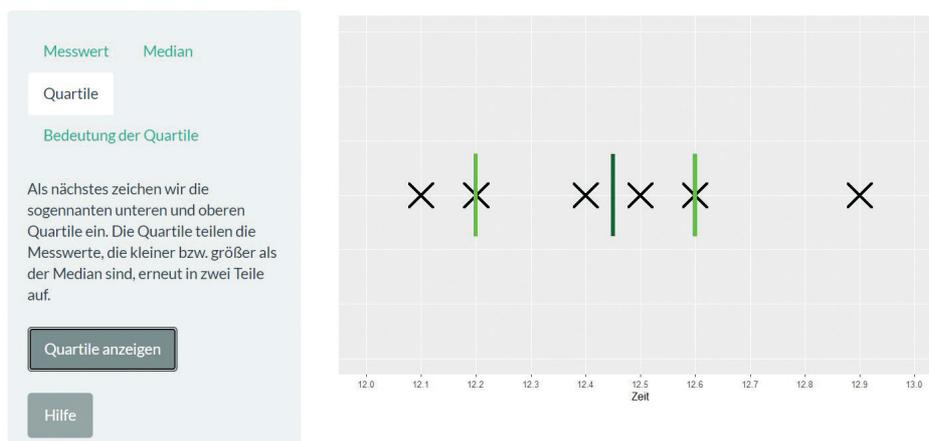
*LU C2: „Ausgleichsgeraden“:* Diese Lernumgebung beinhaltet das Teilkonzept der Ausgleichsgeraden. Es erfolgt die Definition einer Ausgleichsgeraden und ihrer Eigenschaften. Kernstück dieser Lernumgebung ist ein interaktives Element zur Konstruktion einer Ausgleichsgeraden, welche die Eingabe auf Korrektheit prüft und unmittelbar eine Rückmeldung ausgibt.

*LU C3: „Drei-Geraden-Methode“:* Den Abschluss dieses Konzepts bildet diese Lernumgebung. Hierbei wird den Lernenden gezeigt, wie anhand eines Datensatzes eine sinnvolle Auswahl einer Ausgleichsgeraden aus allen möglichen Ausgleichsgeraden getätigt werden kann. Als Orientierung dient ein didaktisch reduzierter Vorschlag von [7], bei dem die Winkelhalbierende als sinnvollste Ausgleichsgerade verwendet wird, die sich aus den Ausgleichsgeraden mit minimaler und maximaler Steigung ergibt. Interaktiv und gemeinsam mit den Lernenden werden zunächst Ausgleichsgeraden mit

minimaler und maximaler Steigung gezeichnet. Anschließend wird die Winkelhalbierende der beiden gezeichneten Geraden als sinnvollste Ausgleichsgerade dieses Datensatzes motiviert. Die vorangehende Konstruktion erzeugt einen Schlauch, der alle möglichen Ausgleichsgeraden beinhaltet. Somit ist für Lernende auch visuell die Sinnhaftigkeit der Ausgleichsgeraden nachvollziehbar.

Konzept D „Signifikanz“: Dieses Konzept widmet sich dem Vergleich des ermittelten Messergebnisses  $x_1$  mit einem anderen experimentell ermittelten Ergebnis  $x_2$  oder mit einem Literaturwert  $x_3$ . Die Schüler\*innen sollen durch dieses Konzept Messergebnisse miteinander vergleichen und das Überschneiden der Unsicherheitsintervalle bewerten können. Auf einem erhöhten Niveau sollen die Schüler\*innen die Grundlage eines Hypothesentests nachvollziehen können. Dieses Konzept soll den Lernenden in drei Lernumgebungen vermittelt werden.

*LU D1: „Vergleich von Messwerten“:* Die erste Lernumgebung liefert die grundlegenden Informationen zum Vergleich von Messergebnissen und Literaturwerten. Dazu wird innerhalb



**Abbildung 6:** In der Lernumgebung D2 Boxplots werden die Bestandteile des Boxplots sukzessive eingeführt und visualisiert. Jeder Schritt ist mit einer Hilfe-Funktion ausgestattet, falls Vorwissen bezüglich des Boxplots nicht vorhanden ist.

der Lernumgebung die Überlappung von Messergebnissen, die sich durch die grafische Darstellung der Messergebnisse ergibt, farblich hervorgehoben (s. Abb. 5). Den Lernenden wird vereinfacht nähergebracht, dass zwei Messergebnisse im metrologischen Sinne nicht voneinander unterscheidbar sind, sofern sie sich im Rahmen der Messunsicherheiten überschneiden. Nach der grafischen Darstellung erfolgt die Abstraktion auf rechnerischer Ebene. Die Schüler\*innen wenden das neue Konzept unmittelbar an und transferieren es auch auf Vergleiche von mehr als zwei Messergebnissen.

*LU D2: „Boxplots“:* Darauf aufbauend führt diese Lernumgebung die grafische Darstellung des Boxplots ein. Diese Darstellung erlaubt es anhand des Medians und der Quartile, einen schnellen Überblick über die Streuung der Messwerte zu erhalten. Somit ist es möglich, den Vergleich der Messwerte nicht nur auf die reine Überlappung der Unsicherheitsintervalle zurückzuführen, sondern auch über eine Art Güte der Überlappung zu sprechen, da anhand der Quartile ein Rückschluss auf die prozentuale Übereinstimmung der Messergebnisse möglich ist. Im Zuge der Lernumgebung werden die Bestandteile des Boxplots einzeln eingeführt, erklärt und visualisiert (s. Abb. 6). Den Lernenden wird ein interaktiver Plot dargestellt, der eine Manipulation der Messwerte erlaubt und anhand der Boxplots eine prozentuale Überlappung wiedergibt. So können die Schüler\*innen nach der grafischen Visualisierung die Bedeutung der Bestandteile internalisieren und im weiteren Teil der Lernumgebung praktisch anwenden. Somit wird das Konzept der nicht Unterscheidbarkeit auf ein quantitatives Niveau gehoben und Schüler\*innen können anhand der Boxplots qualitative Aussagen über die Güte der metrologischen Verträglichkeit tätigen. Dieses qualitative Verständnis kann gemäß des Spiralprinzips später auf die Verträglichkeit mittels *normalized error ratio* [13] zurückgeführt werden oder zur abstrakten Signifikanz im Zuge von Hypothesentests ausgebaut werden (z. B. [19]).

*LU D3: „Hypothesentests“:* Die Teilkonzepte der komplexen Verträglichkeit und des Hypothesentests werden in der Lernumgebung aufgegriffen. Insbesondere der Signifikanzbegriff wird durch die Lernumgebung adressiert, nachdem bereits in der Lernumgebung C2 mithilfe des Boxplots und der Interpretation ebendieser propädeutisch in diese Richtung vorgearbeitet worden ist. An dieser Stelle muss jedoch erwähnt werden, dass die mathematischen Ansprüche an diese Inhalte die Fähigkeiten und die zu unterrichteten Inhalte der Sekundarstufe I überschreiten und daher ebenfalls explizit der Oberstufe vorenthalten sind.

## 5. Exemplarische Einsatzmöglichkeiten in der Schule

Nachfolgend sollen anhand zweier Beispiele exemplarisch die Einsatzmöglichkeiten der Lernumgebungen in der Schule demonstriert werden. Das erste vorgestellte Szenario demonstriert die Einbindung der Lernumgebungen bei der

experimentellen Untersuchung des Fadenpendels und des funktionalen Zusammenhangs zwischen der schwingenden Pendelmasse und der Periodendauer. Im zweiten Szenario wird dargestellt, wie die Auswertung einer U-I-Kennlinie einer Glühlampe unter Verwendung der Lernumgebungen realisiert werden kann.

### Szenario 1: Der Zusammenhang zwischen der Pendelmasse und der Periodendauer eines Fadenpendels

Im Unterricht wird zunächst das Experiment aufgebaut und die Periodendauer des Pendels für unterschiedliche Massen durchgeführt. In diesem Fall ist es nicht relevant, ob ein induktives oder deduktives Vorgehen gewählt wird, da in beiden Fällen ein grundlegendes Verständnis von Unsicherheiten benötigt wird, um die Resultate adäquat auswerten zu können. Nach gemeinsamer Betrachtung der variierenden Messwerte wird der Begriff der Streuung motiviert. An dieser Stelle erfolgt nun die Bearbeitung der Lernumgebung Streuung von Messwerten. Daraufhin sind die Schüler\*innen in der Lage, ein vollständiges Messergebnis unter Verwendung des Betrags der maximalen Abweichung zwischen Messwerten und arithmetischem Mittel aufzustellen (vgl. Kapitel 4, Lernumgebung A1). Somit können die Schüler\*innen nun die jeweiligen Messreihen zu den vorgegebenen Massen zu einem Messergebnis zusammenfassen. Die Messergebnisse werden sich in der Regel unterscheiden. Dies kann entweder an der natürlichen Streuung der Messwerte liegen, der Reaktionszeit der\*des Experimentierenden oder der Tatsache, dass die tatsächliche Pendellänge durch unterschiedliche Massestücken minimal variiert wird. Somit stehen die Schüler\*innen auch nach der Ermittlung der Messergebnisse vor dem Problem, wie diese Werte miteinander verglichen werden können bzw. welches Resultat der Vergleich aufweist. Der Konflikt kann nun verwendet werden, um die Lernumgebung D1 Vergleich von Messergebnissen im Unterricht zu behandeln. Im Anschluss können die Lernenden die Verträglichkeit der Messergebnisse zu den verschiedenen Messreihen auf die Überschneidung im Unsicherheitsintervall zurückführen (vgl. Kapitel 4, Lernumgebung D1). Eine erneute Betrachtung bzw. ein erneuter Vergleich der unterschiedlichen Messergebnisse zeigt nun eine metrologische Verträglichkeit, was dazu verwendet werden kann, zu zeigen, dass die Messergebnisse nicht voneinander zu unterscheiden sind und somit den funktionalen Zusammenhang zwischen der Pendelmasse und der Periodendauer zu erkennen. Falls eine metrologische Verträglichkeit nicht zu erkennen ist, kann dies als Anlass genommen werden, den gesamten experimentellen Ablauf kritisch zu hinterfragen. Auf diese Weise kann den Messunsicherheiten neben der Bedeutung vom Vergleich unterschiedlicher Werte auch die Bedeutung des Vertrauens in die Messung angeheftet werden. Mit den Lernenden kann demnach diskutiert werden, dass eine

#### Induktives Vorgehen:

Unter induktivem Vorgehen versteht man ein Vorgehen, bei dem die Theorie anhand der ermittelten experimentellen Resultate abgeleitet wird.

#### Deduktives Vorgehen:

In diesem Fall werden bereits vorhandene theoretische Modelle untersucht bzw. getestet.

angemessene Unsicherheitsbetrachtung das Vertrauen in die Messung widerspiegelt und Rückschlüsse auf Fehler oder andere Störungen beim Experimentieren ermöglicht.

### Szenario 2: Auswertung einer U-I-Kennlinie einer Glühlampe

Eine U-I-Kennlinie eines Elektrogeräts, in diesem Fall wird exemplarisch eine Glühlampe verwendet, bietet eine Möglichkeit, Ausgleichsgeraden im Zuge der Auswertung von Experimenten zu adressieren. Zunächst sollte das Experiment durchgeführt und für unterschiedliche Stromstärken die resultierenden Spannungswerte notiert werden. Wie bereits zuvor kann induktiv und deduktiv vorgegangen werden, da unabhängig der Zielsetzung der Unterrichtseinheit eine grafische Auswertung von Messwerten eingebracht werden kann und ein zentrales Element der Unterrichtseinheit darstellt. Lernende sollten bereits die Konzepte der Lernumgebung A1 *Streuung von Messwerten* anwenden können. Die Lernenden sind somit für Messunsicherheiten sensibilisiert und können auch weiterführende Konzepte aufnehmen. Sowohl die Spannung  $U$  als auch die bestimmte Stromstärke  $I$  weisen Messunsicherheiten auf und müssen dementsprechend bei der weiteren Auswertung berücksichtigt werden. Zunächst können die Wertepaare in ein U-I-Diagramm übertragen werden und im Anschluss kann überlegt werden, wie die Unsicherheiten der Stromstärkemessung und der Spannungsmessung in dem Diagramm darzustellen sind. An dieser Stelle kann die Lernumgebung C1 *Unsicherheitsflächen* in die Lernsequenz eingebaut werden, indem die Lernenden diese eigenständig bearbeiten. Anschließend sind die Lernenden in der Lage, die aus den Unsicherheiten der Messungen resultierenden Unsicherheitsflächen in dem Diagramm zu ergänzen. Nachdem die Werte ordnungsgemäß in das Diagramm eingetragen worden sind, kann nun der (funktionale) Zusammenhang der Stromstärke und Spannung untersucht werden. Die Glühlampe wird gerne als Beispiel für ein Elektrogerät und nicht-ohmsche Widerstände genommen. Schüler\*innen könnten daher das Präkonzept mitbringen, dass es sich bei den vorliegenden Messwerten um eine Proportionalität zwischen der Stromstärke und der Spannung handelt. Dies ist eine Gelegenheit zum Argumentieren, wobei für beide Standpunkte (proportional vs. nicht proportional) Argumente gesammelt werden können. Nach Beendigung des Austauschs und der Umfrage kann die Lernumgebung C2 *Ausgleichsgerade* in den Unterricht eingebunden werden. Das Anfertigen

einer Ausgleichsgerade sowie die Eigenschaften dieser sind den Schüler\*innen im Anschluss daran bekannt. Dieses Wissen kann nun verwendet werden, um die offene Frage bezüglich des funktionalen Zusammenhangs zu klären. Den Lernenden kann auf diese Weise vermittelt werden, dass die Unsicherheitsflächen angeben, inwieweit der Messung vertraut werden kann und bis zu welchem Maße eine Ausgleichsgerade akzeptiert werden kann. Wird ein induktiver Zugang zu dieser Sequenz gewählt, steht der funktionale Zusammenhang im Vordergrund und die Messunsicherheiten werden als Methode zur Ergründung ebendieses verwendet. Bei einem deduktiven Vorgehen hingegen steht der Umgang mit den Messunsicherheiten im Vordergrund, da auf Grundlage der resultierenden Vertrauensbereiche bzw. Unsicherheitsflächen die theoretische Annahme untersucht wird. Beide Vorgehen eignen sich dazu, Schüler\*innen näherzubringen, dass eine Ausgleichsgerade ohne Unsicherheitsflächen keine Aussagekraft hat. Insbesondere bei einem deduktiven Vorgehen und einem von der Theorie abweichenden Ergebnis kann das Resultat als Anlass genommen werden, um über Messfehler oder andere einflussnehmende physikalische Effekte (z. B. Temperaturabhängigkeit, etc.) zu sprechen. So kann, wie im vorigen Szenario verdeutlicht werden, dass die Messunsicherheiten nicht nur bei einem erwarteten Ergebnis, sondern auch bei nicht theoriekonformen Ergebnissen einen Mehrwert bieten.

Die Lernumgebungen sind im Projekt „Förderung der Argumentationsfähigkeiten beim Experimentieren im Physikunterricht“ entstanden. Das Projekt wird gefördert durch die Deutsche Telekom Stiftung im Rahmen der Förderlinie „Senior Fellowship Fachdidaktik MINT“.

Für interessierte Lehrkräfte: Die Lernumgebungen sind unter dem folgenden Link zu erreichen. Wir freuen uns sehr über kritische Rückmeldungen per E-Mail!  
[https://www.physikalische-schulexperimente.de/physo/Apps\\_zum\\_Umgang\\_mit\\_Daten\\_und\\_Messunsicherheiten](https://www.physikalische-schulexperimente.de/physo/Apps_zum_Umgang_mit_Daten_und_Messunsicherheiten)

**Engin Kardaş** *Pädagogische Hochschule Karlsruhe,  
 Institut für Physik und Technische Bildung*  
**Tobias Ludwig** *Pädagogische Hochschule Karlsruhe,  
 Institut für Physik und Technische Bildung*

## Literatur

- [1] Ludwig, T., Argumentieren beim Experimentieren in der Physik – Die Bedeutung personaler und situationaler Faktoren. 2017, Humboldt-Universität zu Berlin.
- [2] Klinger, W. and F. Wörlen, Messwertstreuung und dennoch exakte Gesetze? Zur Problematik des Messfehlers, in *Unterricht Physik*. 1991, Friedrich Verlag. p. 26-30.
- [3] Fairbrother, R. and M. Hackling, Is this the right answer? *International Journal of Science Education*, 1997. 19(8): p. 887-894.
- [4] Goertz, S., et al., Die Plattform „FLexKom“ zur Förderung experimenteller Kompetenzen-Konzept und Einsatzbeispiele-. *PhyDid B-Didaktik der Physik-Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung*, 2019. 1.
- [5] BIPM, et al., Evaluation of Measurement Data – Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. 2008. JCGM 100:2008.

- [6] BIPM, et al., The international vocabulary of metrology—basic and general concepts and associated terms (VIM). 2012, JCGM 200:2012.
- [7] Hellwig, J., Messunsicherheiten verstehen. 2013, Ruhr-Universität Bochum.
- [8] Pols, C., P. Dekkers, and M. de Vries, What do they know? Investigating students' ability to analyse experimental data in secondary physics education. *International Journal of Science Education*, 2020: p. 1-24.
- [9] Next Generation Science Standards: For States, By States. 2013, Washington, DC: The National Academies Press. 532.
- [10] Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Familie, Rahmenlehrplan Fach Physik (Teil C). 2016.
- [11] Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, Bildungsplan des Gymnasium Fach Physik. 2016.
- [12] Krystek, M., Berechnung der Messunsicherheit: Grundlagen und Anleitung für die praktische Anwendung. 2020: Beuth Verlag.
- [13] Pesch, B., Bestimmung der Messunsicherheit nach GUM. 2004: BoD—Books on Demand.
- [14] Maiseyenko, V., H. Schecker, and D. Nawrath, Kompetenzorientierung des naturwissenschaftlichen Unterrichts-Symbiotische Kooperation bei der Entwicklung eines Modells experimenteller Kompetenz. *PhyDid A-Physik und Didaktik in Schule und Hochschule*, 2013. 1(12): p. 1-17.
- [15] Weise, K. and W. Wöger, Meßunsicherheit und Meßdatenauswertung. 1999: Wiley-VCH.
- [16] Möhrke, P. and B.-U. Runge, Arbeiten mit Messdaten. 2020: Springer.
- [17] Lubben, F., et al., Point and set reasoning in practical science measurement by entering university freshmen. *Science Education*, 2001. 85(4): p. 311-327.
- [18] Nagel, C., Sicher ist sicher! Fachliche Klärung für die didaktische Rekonstruktion von Messunsicherheiten im Unterricht. *Plus Lucis – Zeitschrift der physikalisch-chemischen Gesellschaft in Österreich*, 2021. (1).
- [19] Döring, N. and J. Bortz, Forschungsmethoden und evaluation. Wiesbaden: Springer-Verlag, 2016.

# Daten bewerten – wann wird die Unsicherheit zu einem kritischen Faktor?

Susanne Heinicke & Julia Welberg

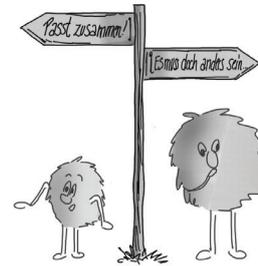
## 1. Nutzt die Unsicherheit!

Physik ist so schön eindeutig und anhand der Messung kann man zeigen, dass die Theorie zutrifft? – Nein, so einfach ist es natürlich nicht, davon kann fast jede Unterrichtsstunde zeugen, in der gemessen wird. Aber sehr häufig setzen wir Experimente genau dafür im Unterricht ein: beispielsweise um zu zeigen, dass sich Spannung und Stromstärke so verhalten, wie man es von ihnen nach dem Ohm'schen Gesetz erwartet, dass sich die Feder so dehnt, wie es das Hooke'sche Gesetz beschreibt, dass der Ball nach der Zeit aufprallt, wie es die Bewegungslehre von Galilei und Newton postuliert. Allzu oft aber sperrt sich das Experiment auch dagegen, der ehrwürdigen Mathematik, zumindest in ihrer idealisierten Form Genüge zu tun. Denn dass Spannung nur über den Widerständen und nicht auch über Kabeln, Schalter und Verbindungsstücken abfällt, ist natürlich eine solche Idealisierung, ebenso die Vernachlässigung des Luftwiderstandes oder des Wärmeverlustes an der Außenwand eines Gefäßes.

Lernende sehen Experimente durch ihre eigene Brille und versuchen Verknüpfungen zu ihren nicht unbedingt korrekten Alltagserfahrungen zu schaffen: So tendieren Lernende in Experimenten oftmals dazu, ihre eigenen Vorerfahrungen bestätigen zu wollen ([1]). Daher kann es passieren, dass sie Ergebnisse aus einem Experiment so interpretieren, dass sie konform zu ihren Vorerfahrungen sind. Dieses Phänomen wird in der Psychologie als „Confirmation Bias“ (Bestätigungsfehler) ([2]) bezeichnet. Für den Unterricht bedeutet dies aber gleichzeitig, dass Abweichungen und Unsicherheiten beim Messen eine wunderbare Lerngelegenheit sind in Bezug auf die Erkenntnisgewinnung der Naturwissenschaften und das Zusammenspiel von Experiment und Theorie. Und als solche lassen sie sich im Unterricht – geplant und ungeplant – nutzen.

## 2. Worin besteht der fachdidaktische Wert?

Bei einem Lernen an und über Unsicherheiten beim Messen geht es nicht alleine darum, die Abweichung des realen Messwertes von den theoretischen Erwartungen zu erklären. Dies würde in den meisten Fällen auf eine Auflistung möglicher Einflussfaktoren hinauslaufen, mit der man sich der Abweichung „entledigen“ und die Kongruenz zwischen Messergebnis und Theorie wieder herstellen kann. Viel interessanter wird es allerdings, wenn die Unsicherheit kritisch wird, sozusagen das Zünglein an der Waage, die Weggabelung, an der man sich für unterschiedliche Lösungswege entscheiden muss (siehe Abbildung 1). Bei jeder Messung, die eine wirkliche



**Abbildung 1:** Die Unsicherheit eröffnet verschiedene Möglichkeiten der Dateninterpretation.

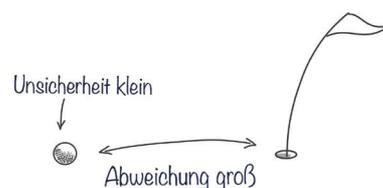
Prüfung zwischen verschiedenen Lösungen ist, müssen wir die Unsicherheit mit betrachten. Denn die Frage besteht stets darin zu prüfen, in welchem Verhältnis Abweichung und Unsicherheit oder Rauschen zueinander stehen: Ist die Unsicherheit kleiner als die Abweichung – habe ich etwas Neues entdeckt? Oder ist die Unsicherheit groß im Vergleich zur Abweichung und ich kann davon ausgehen, dass es übereinstimmt?

Wir können drei Fälle unterscheiden und in den Unterricht in einer Unterrichtssequenz oder ab und zu einbringen, um ihren Einfluss auf die Ergebnisinterpretation zu betrachten:

### Fall 1: Die Unsicherheit ist kleiner als die Abweichung.

In diesem Fall ist die Abweichung wirklich kritisch. Kepler bemerkte einen solchen Fall, als er die Bahnen des Mars als Kreisbahnen berechnete (beschrieben in der *Astronomia Nova* 1609). Er veranlasste ihn dazu, sich von den kreisförmigen Bahnen abzuwenden und Ellipsen vorzuschlagen, wodurch die Abweichung von den Beobachtungsdaten deutlich kleiner wurde als deren Unsicherheit (in Abbildung 2 symbolisch dargestellt). Im Unterricht eignen sich hier u. a. folgende Beispiele:

- Bei der Messung zum Kirchhoff'schen Gesetz summieren sich die Spannungen über den drei in Reihe geschalteten Lampen nicht zur Gesamtspannung der Batterie, und die vermutete Unsicherheit ist geringer als die Abweich-

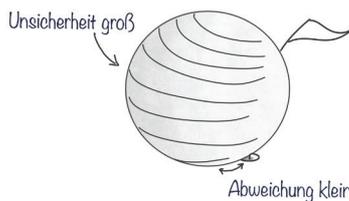


**Abbildung 2:** Veranschaulichung – Die Abweichung zwischen der Position des Balls (Messwert) und dem Ort des Golf-Lochs (theoretischer Erwartungswert) ist groß im Vergleich zum Radius des Golfballs (Unsicherheit des Messwertes).

ung. Wir können uns auf die Suche machen, wo im Stromkreis zusätzlich Spannung abfällt.

- Von außen sieht die 5 Cent-Münze aus wie aus Kupfer. Eine Dichtebestimmung ergibt allerdings einen Wert von  $8,1 \text{ g/cm}^3$  ( $\rho_{\text{Cu}}=8,9 \text{ g/cm}^3$ ). Eine Abschätzung der Unsicherheit ergibt, dass eine Abweichung von 10 % nicht sehr wahrscheinlich ist. Es kann sich also nicht um reines Kupfer handeln.

**Fall 2: Die Unsicherheit ist größer als die Abweichung.** In diesem Fall relativiert die Unsicherheit eine Abweichung zwischen Messwert und theoretischer Erwartung. Ein berühmtes Beispiel hierfür sind die Messungen von Michelson

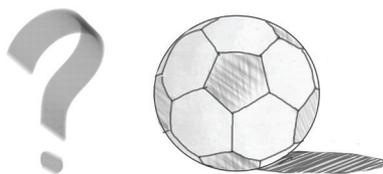


**Abbildung 3:** Veranschaulichung – Die Abweichung zwischen der Position des Balls (Messwert) und dem Ort des Golf-Lochs (theoretischer Erwartungswert) ist klein im Vergleich zum Radius des Golfballs (Unsicherheit des Messwertes).

und Morley zur Bestimmung der Relativbewegung zum Äther. Die Unsicherheiten waren größer als die detektierten Unterschiede (in Abbildung 3 symbolisch dargestellt). Im Unterricht sind Beispiele wie die folgenden leicht umsetzbar:

- Fallen (gleich große) Bälle gleich schnell, auch wenn sie unterschiedlich schwer sind?
- Ist die Gummiente in der Wollsocke ebenso warm wie die in der Papiertüte / ohne Socke?

**Fall 3: Es gibt keinen Zielwert, daher lässt sich auch keine Abweichung bestimmen.** In dieser „freien Messung“ dient die Abschätzung der Unsicherheit dazu, die Verlässlichkeit des Ergebniswertes zu bewerten (Abbildung 4).

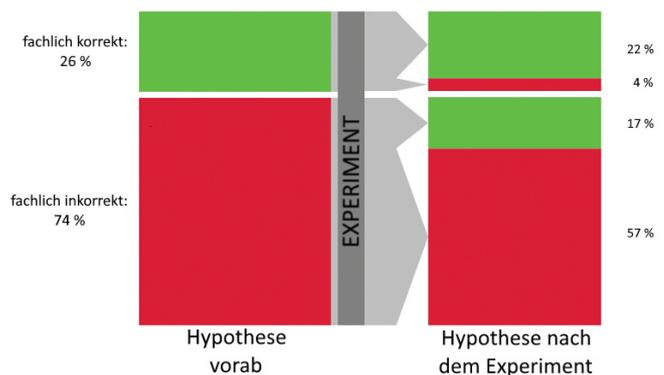


**Abbildung 4:** Es liegt kein (konkreter) theoretischer Erwartungswert vor (kein Golfloch / Fußballtor).

- Die Dichte eines unbekanntes, nicht reinen Materials wird gemessen. Es gibt in einer Tabelle daher ggf. Anhaltspunkte, aber keinen genauen Zielwert.
- Ebenso kann der spezifische elektrische Widerstand einer Legierung bestimmt werden.

### 3. Klingt einfach?

Ein didaktischer Selbstläufer ist das Lernen an Unsicherheiten allerdings für die Lernenden dennoch nicht. Studien ([3], [4]) zeigen übereinstimmend, dass ihre theoretische Vorerwartung für die Lernenden eine erhebliche Rolle spielt, wenn es an die Interpretation der Abweichungen und Unsicherheiten geht. Im Fall der Gummiente zeigte sich in der Studie von [3], dass 74 % der Lernenden ( $N > 1000$ ) von der fachlich inadäquaten Vorstellung ausgingen, die Wolle würde die Ente erwärmen. Nach Durchführen der Messung waren 57 % weiterhin von dieser Hypothese überzeugt, während 17 % angaben, die Enten seien gleich warm. Gleichzeitig wechselten von den zuvor 26 % der Lernenden mit der adäquaten Vermutung 4% zur inadäquaten Interpretation, die Ente in der Socke sei wärmer, während 22 % bei ihrer Aussage blieben (siehe Abbildung 5, Prozentzahlen immer auf Gesamtzahl der Lernenden bezogen). Die Daten zum freien Fall bestätigen dies.



**Abbildung 5:** Ergebnisse aus der Studie von [3] – Hypothesen zur Temperatur einer Gummiente mit und ohne Wollsocke vor und nach Durchführung der Messung.

Was bedeutet das nun für Unterricht? Die Unsicherheiten beim Messen sind wichtiger Teil des Mess- und des Erkenntnisprozesses. Darüber im Unterricht zu lernen schult daher wichtige Kompetenzen in Bezug auf Erkenntnisgewinnung und Bewertung von Daten in den Naturwissenschaften – und auch im Alltag. Dieses Lernen erfordert allerdings eine fachpädagogische Begleitung. Im Unterricht können wir gemeinsam unsere Vorerwartungen benennen und begründen, aber auch hinterfragen und nach erfolgter Messung kritisch auf den Prüfstand stellen. Wie die Studie aufzeigt, ist dies in der unbegleiteten Durchführung der Messung und Interpretation für die meisten Lernenden auf sich alleine gestellt nicht zu leisten. Die Lehrkraft muss hier zum einen verdeutlichen, dass physikalische Beschreibungen oftmals kontraintuitiv in Bezug auf unsere Alltagserfahrungen sind, und zum anderen unterstützen, die Größe der Unsicherheit beim Messen realistisch einschätzen zu lernen, um sie mit der aufgetretenen Abweichung zu vergleichen.

Susanne Heinicke *Institut für Didaktik der Physik, Universität Münster*  
 Julia Welberg *Institut für Didaktik der Physik, Universität Münster*

## Literatur

- [1] Plous, S.: The Psychology of Judgment and Decision Making. New York: McGraw-Hill Education Ltd. 1993.
- [2] Wason, P. C.: Reasoning about a rule. Quarterly Journal of Experimental Psychology, 20:3, 273-281. 1968
- [3] Welberg, J.: „Komischerweise hatte ich recht.“ Einfluss eigener uneindeutiger Messwerte auf die Hypothesen von Lernenden. Masterarbeit an der WWU Münster. 2020
- [4] Ludwig, T.; Priemer, B; Lewalter, D: Decision-making in Uncertainty-infused Learning Situations with Experiments in Physics Classes. In: Sorto, M. A.; White, A.; Guyot, L. (Eds.): Looking back, looking forward. Proceeding of the Tenth International Conference on Teaching. Kyoto: 2018.

# Bin ich wirklich schneller als mein Sitznachbar?

## Der Nutzen von Streuungsmaßen bei der Auswertung von Experimenten

Susanne Neumann

Streuungsmaße wie die Standardabweichung oder die Spannweite werden im Unterricht oft nur zur Dokumentation von Messergebnissen verwendet. Die Schüler\*innen lernen zum Beispiel, dass bei einem Messergebnis stets der Mittelwert sowie die Standardabweichung angegeben werden müssen. Wenn das Thema Messunsicherheiten eingehender diskutiert wird, werden eventuell noch Überlegungen zu Typ A und Typ B-Messunsicherheit angestellt und die größere davon zur Beschreibung des Messergebnisses herangezogen. Welche große Bedeutung den Streuungsmaßen aber bei der Auswertung von Daten zukommt, erschließt sich in der Sekundarstufe nur selten.

In diesem Artikel soll anhand eines konkreten Unterrichtsentwurfs gezeigt werden, wie man mit einfachen Hilfsmitteln eine Hypothese testet („Meine Reaktionszeit ist kleiner als die meines Sitznachbarn“). Die meisten Lernendenexperimente im Physikunterricht, die quantitativ ausgewertet werden, bestehen darin, dass Schüler\*innen mehrere Messungen durchführen, danach den Mittelwert bestimmen und dann eine Schlussfolgerung ziehen (z. B. dass das Pendel mit dem langen Faden langsamer schwingt als das mit dem kürzeren Faden). Dabei wird jedoch ein wichtiger Schritt übersprungen: Darf man wirklich so einfach aus unterschiedlichen Mittelwerten diesen Schluss ziehen? Und wenn nein, wie groß muss der Unterschied zwischen den Mittelwerten sein, dass man so vorgehen darf?

Dass dieser fehlende Aspekt im Unterricht so eine untergeordnete Rolle spielt, ist nicht verwunderlich. Um nämlich zu zeigen, dass sich zwei Mittelwerte signifikant unterscheiden, benötigt man mathematische Werkzeuge, die frühestens in der Abschlussklasse (meist jedoch erst in der tertiären Ausbildung) gelehrt werden. Für ein Verständnis, wie Naturwissenschaften funktionieren, ist es jedoch ratsam, dass Schüler\*innen einen ersten Einblick bekommen, wie sogenannte Hypothesentests grundsätzlich funktionieren. Dies ist nicht zuletzt ein wichtiger Aspekt der Scientific Literacy. Mündige Bürger\*innen sollen verstehen, dass solche Tests ein wesentlicher Teil bei jeglichen Experimenten (z. B. in der Medizin, in der Psychologie, ...) sind. Will man z. B. testen, ob Medikament A oder Medikament B besser hilft, so reicht es nicht aus, die reinen Messergebnisse zu vergleichen. Nur weil Medikament A den Blutwert um 20 Einheiten verbessert, Medikament B aber um 25 Einheiten, heißt das nicht automatisch, dass Medikament B besser ist. Ohne einen wissenschaftlichen Test, der sowohl die Streuung der Messwerte als auch die Anzahl der Messergebnisse berücksichtigt, kann die Forschungsfrage nicht beantwortet werden.

Im folgenden vorgestellten Unterrichtsentwurf soll der mathematische Hintergrund solcher sogenannter Hypothesentests bewusst vernachlässigt werden und der Fokus bewusst auf die Handhabung solcher Tests gelegt werden, um auch jüngeren Schüler\*innen die Grundlagen eines wissenschaftlichen Tests begreiflich zu machen. Detailliertere Informationen zu den mathematischen Hintergründen finden Sie unter dem Stichwort „Zweistichproben t-Test“ in allen guten Statistik-Büchern [1].

### 1. „Wer hat die kürzere Reaktionszeit – mein Sitznachbar oder ich?“

In dieser Unterrichtseinheit (50 min) treten Schüler\*innen paarweise gegeneinander an. Es soll mit Hilfe eines Experiments ermittelt werden, wer von den beiden die kürzere Reaktionszeit hat. Da der Schwerpunkt dieser Einheit nicht auf der Datengenerierung liegt, wird ein Experiment verwendet, das es erlaubt in Kürze viele Daten zu sammeln. Auf verschiedenen Internetseiten (z. B. <https://www.topster.de/reaktionszeit/>; <https://www.justpark.com/creative/reaction-time-test/>) ermöglichen browserbasierte Simulationen, die eigene Reaktionszeit ohne großen Aufwand zu ermitteln. So können beide Teammitglieder das Experiment am eigenen Handy/Laptop rasch mehrere Male durchführen und diese Daten festhalten. Wie auch sonst im Physikunterricht üblich, berechnen die Teams danach Mittelwert und Standardabweichung [2]. Das Ergebnis der Datensammlung könnte dann wie in Abb. 1 aussehen.

	Reaktionszeit (ms)	
	Anna	Marco
Versuch 1	340	355
Versuch 2	315	291
Versuch 3	296	323
Versuch 4	314	311
Versuch 5	296	316
Versuch 6	294	304
Versuch 7	286	303
Versuch 8	305	313
Versuch 9	321	302
Versuch 10	302	296
Arithm. Mittel	307	311
Standardabw	16	18

Abbildung 1: Messreihen inkl. Mittelwert und Standardabweichung

Wenn die Messergebnisse der Gruppen vorliegen, bietet es sich an, die Teams diskutieren zu lassen: Wer von beiden hat nun die kürzere Reaktionszeit? Geht z. B. in den Daten aus

Abb. 1 klar hervor, dass Anna besser abgeschnitten hat und Marco langsamer war? Wie kann dies entschieden werden? Eine unter Lehrpersonen beliebte Lösung dieses Dilemmas ist auf Nummer Sicher zu gehen: Erst wenn die Mittelwerte so unterschiedlich sind, dass die Streubereiche (also  $m \pm s$ ) einander nicht überlappen, darf geschlossen werden, dass die Mittelwerte wirklich unterschiedlich sind und dieses Ergebnis nicht nur auf bloßem Zufall beruht (man sagt, die Mittelwerte unterscheiden sich signifikant). Mathematisch einwandfrei lässt sich dieses Problem durch die Ausführung eines sogenannten t-Tests lösen. Ein solcher t-Test lässt sich in ein paar Minuten mit Hilfe eines Computerprogramms recht einfach durchführen.

Da ein Großteil der Schüler\*innen der Sekundarstufe 2 durch den Mathematikunterricht mit dem Programm GeoGebra [3] bestens vertraut ist, bietet es sich an die Durchführung des t-Tests auch mit diesem Programm durchzuführen. Im Gegensatz zu Excel und anderen Datenverarbeitungsprogrammen bietet GeoGebra außerdem eine sehr anwenderfreundliche Oberfläche, wie aus Abb. 2 gut zu erkennen ist. GeoGebra ist als Freeware erhältlich, kann aber auch browserbasiert (ohne Download des Programms oder der App) ausgeführt werden.

Die Teams werden nach Vorlage der Messergebnisse aufgefordert, eine Hypothese aufzustellen (z. B. Anna hat die kürzere Reaktionszeit, d.h. der Mittelwert von Anna ist kleiner als der von Marco). Diese (Alternativ-)hypothese soll nun mit Hilfe eines statistischen Tests gegen die sogenannte Nullhypothese (i.e. die beiden Mittelwerte unterscheiden sich nicht) überprüft werden. Die Hypothese wird gemeinsam mit den Daten (Mittelwert, Standardabweichung  $s$  sowie Anzahl der Versuche  $N$ ) in das Programm Geogebra eingegeben (<https://www.geogebra.org/classic#probability>; Reiter „Statistik“ aktivieren, beim Drop-Down-Menü dann „T-Test Differenz der Mittelwerte“ auswählen, Abb. 2).

The screenshot shows the 'Statistik' menu in GeoGebra. The 'T Test, Differenz der Mittelwerte' test is selected. The null hypothesis is  $\mu_1 - \mu_2 = 0$ . The alternative hypothesis is  $\mu_1 < \mu_2$ . The test is not 'Zusammengefasst'. Two samples are entered:

Stichprobe	Stichprobe 2
Mittelwert: 307	Mittelwert: 311
s: 16	s: 18
N: 10	N: 10

**Abbildung 2:** Eingabe der gesammelten Daten im Statistik-Menü (Screenshot aus GeoGebra)

Geogebra führt nach Eingabe der Daten den t-Test automatisch durch. Das Ergebnis sieht dann wie in Abb. 3 aus.

Ergebnis		
T Test, Differenz der Mittelwerte		
	Sample 1	Sample 2
Mean	307	311
s	16	18
N	10	10
SE	7.6158	
df	17.7559	
t	-0.5252	
P	0.303	

**Abbildung 3:** Ergebnis der Datenanalyse (Screenshot aus GeoGebra)

#### Kasten 1: Erläuterung der in Abb. 3 gezeigten Begriffe:

Sample 1	Stichprobe 1
Mean	arithmetisches Mittel
s	Standardabweichung
N	Anzahl der Messwerte
SE	Standardabweichung des Mittelwerts (ein in der Wissenschaft häufig verwendetes Streuungsmaß, da es genau die Typ-A-Unsicherheit angibt, siehe Kapitel XY)
df	Anzahl der Freiheitsgrade
t	t-Wert (Maß für die Unterschiede in den Mittelwerten)
p	p-Wert (Maß für die Unterschiede in den Mittelwerten, s.u.)

Um nun zu entscheiden, ob Anna tatsächlich schneller reagiert hat, reicht es für uns aus, den p-Wert zu betrachten [4]. Hier hat es sich in der Wissenschaft eingebürgert, für viele Fragestellungen 5 % (also 0.05) als Hürde festzulegen [5]. Wenn der p-Wert größer ist als 0.05 (wie auch in unserem Beispiel mit Anna und Marco), ist es wahrscheinlich, dass sich die beiden Mittelwerte nur zufällig unterscheiden. Somit muss davon ausgegangen werden, dass sich Annas und Marcos Reaktionszeiten nicht signifikant voneinander unterscheiden. Anna darf also nach diesem Experiment NICHT behaupten, ihre Reaktionszeit sei kürzer als Marcos.

Welch großen Einfluss die Standardabweichungen auf das Ergebnis des p-Wertes haben, kann nun durch Veränderung der Eingabewerte ausprobiert werden. Rasch können die Schüler\*innen sehen, dass sich bei kleinerer Standardabweichung der p-Wert verkleinert. Das Ergebnis wird also eher signifikant, wenn die Messwerte enger um die beiden Mittelwerte streuen. Außerdem kann leicht überprüft werden, inwiefern ein größerer Datenumfang den p-Wert beeinflusst. Die Schüler\*innen können durch Ausprobieren erkennen, dass bei einer Vergrößerung von  $N$  (= Anzahl der Messungen) und konstanten restlichen Werten das Signifikanzlevel (also die Tatsache, dass  $p < 0.05$  sein soll) leichter erreicht wird.

Wenn Sie dieses Experiment mit Ihrer Klasse durchführen, wird es kaum einem Team gelingen, ein statistisch signifikantes Ergebnis (also  $p < 0.05$ ) zu erhalten. Das ist auch verständlich, immerhin ist die Reaktionszeit hauptsächlich vom Alter

abhängig und somit sollten sich die Mittelwerte in Ihrer Klasse nicht signifikant voneinander unterscheiden. Trotzdem werden Sie eventuell ein Team finden, das ein signifikantes Ergebnis vorweisen kann. Dies ist höchstwahrscheinlich dem Zufall zuzuschreiben – so bedeutet ja die Schwelle 5 %, dass sich in 5 Prozent der Fälle ein vermeintlich signifikanter Unterschied rein zufällig ergibt. Dieses falsch positive Ergebnis kann in höheren Klassen zum Anlass genommen werden, erste Diskussionen zum Thema Testdesign und Irrtumswahrscheinlichkeit anzuregen [6].

Versuchen Sie doch, diese einfache Art des Hypothesentests auch bei anderen Physikexperimenten durchzuführen, hier einige Anregungen:

Ist die Temperatur im Physiksaal niedriger als in unserer Klasse?  
Benötigt Florian für 10 Schaukelschwingungen auf den Ringen mehr Zeit als Daria?

Ist der Luftdruck im 2. Stock geringer als im Erdgeschoß?

Ist die Fahrzeit eines schweren Versuchswagens über eine schiefe Ebene größer als die eines leichten Versuchswagens?

Viel Spaß beim Experimentieren!

---

Mag. Dr. Susanne Neumann, BA *Bildungsdirektion für Wien,  
Bundesrealgymnasium / VBS 14, Wien*

## Literatur

- [1] z. B. Jürgen Bortz: Statistik für Human- und Sozialwissenschaftler. 6. Auflage, Springer, Berlin 2005;
- [2] Vielleicht überrascht es Sie nach Lesen dieses Themenhefts, dass hier tatsächlich nur die Typ-A-Messunsicherheit eine Rolle spielt. Da die Typ-B-Messunsicherheit durch die Messgeräte bestimmt wird und diese hier ident sind, werden nur relative Unterschiede gemessen. Typ-B-Messunsicherheiten können daher vernachlässigt werden.
- [3] <https://www.geogebra.org/>
- [4] In der Statistik nennt man diesen p-Wert auch Irrtumswahrscheinlichkeit. Man darf also nur von einem statistisch signifikanten Unterschied sprechen, wenn die Wahrscheinlichkeit, dass die Mittelwerte vielleicht doch nur zufällig unterschiedlich sind, kleiner als 5% ist.
- [5] Die Festlegung des Signifikanzlevels hängt natürlich von der individuellen Fragestellung ab. Zur Erinnerung: Das CERN sprach erst dann von einem erfolgreichen Experiment zum Nachweis des Higgs-Bosons, als die Irrtumswahrscheinlichkeit kleiner als 0,000 057 % war (und nicht 5 % wie in unserem Beispiel).
- [6] Einen hervorragenden Artikel über den p-Wert finden Sie auf dem Wissenschaftsblog der Psychologin Juliane Tkotz: <https://einglasrotwein.de/was-der-p-wert-nicht-kann/>

# Wie viel ist eine Prise Salz?

Burkhard Priemer, Johannes Schulz & Stephen Mayer

## 1. Vorwort

Haben Sie sich auch schon einmal beim Kochen oder Backen gefragt, was eigentlich (genau) mit der Angabe „eine Prise Salz“ gemeint ist (Abb. 1)? Die Profis im Kochen, Backen und Konditern wissen wohl (etwa), was das für die jeweilige Speise bedeutet. Sie haben die Prise Salz „im Blut“ und können mit dieser subjektiven Größe bei der Speisenherstellung gut umgehen. Was ist aber, wenn Unerfahrene – wie die Autoren – auf diese Angabe in Kochbüchern stoßen?

Um nichts falsch zu machen, haben wir zunächst im Duden nachgesehen. Dort ist eine Prise eine „kleine Menge einer pulverigen oder feinkörnigen Substanz [die jemand zwischen zwei oder drei Fingern fassen kann]“ [1]. In der Physik hilft uns diese Definition nicht wirklich weiter. Mit einem Nachschlagewerk zu Messverfahren haben wir dann festgestellt, dass eine Prise (engl. pinch) das Volumen  $V = 739,923\,502\,604\,16 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3 \approx 0,74 \text{ cm}^3$  ist ([3]; hier imperial pinch). Geht man nun von einer Dichte von Salz mit rund  $2,16 \text{ g/cm}^3$  aus, dann entspricht eine Prise Salz etwa  $1,6 \text{ g}$ . Nun geben andere Quellen allerdings an, dass eine Prise „bloß“  $0,37 \text{ cm}^3$  ist [5], somit ist die entsprechende Masse Salz  $0,8 \text{ g}$ . Vertraut man schließlich den Salzfachleute, wie z. B. dem Salzunternehmen „Bad Reichenhaller“, dann lernt man, dass eine Prise Salz  $0,4 \text{ g}$  entspricht [4]. Ja, wie soll man denn auf dieser uneinheitlichen Grundlage anständig kochen? Um Licht ins Dunkel zu bringen, sind wir der Frage „Wie viel ist eine Prise Salz?“ nachgegangen.



Abbildung 1: Eine Prise Salz – Wie viel ist das eigentlich?

## 2. Einleitung

Eine Prise Salz steht in unserem Beitrag stellvertretend für die Messung einer Größe, für die kein geeigneter oder eindeutiger Referenzwert zur Verfügung steht. Aber auch ohne einen Referenzwert kann eine solche Größe bestimmt und die Qualität der Messung abgeschätzt werden.

Am Beispiel einer Prise Salz wollen wir weiterhin aufzeigen, wie wichtig es ist, zunächst eine präzise Fragestellung festzulegen. Dazu demonstrieren wir, welche grundsätzlichen Unterschiede sich ergeben, wenn *mehrere* Messungen bei *einer* Bedingung (eine

Person misst mehrmals „ihre“ Prise Salz unter einigermaßen konstanten Bedingungen) und *eine* Messung bei *mehreren* unterschiedlichen Bedingungen (mehrere Personen messen je ein Mal eine Prise Salz) durchgeführt werden. Obwohl scheinbar das gleiche Grundinteresse der Untersuchung verfolgt wird – die Beantwortung der Frage „Wie viel ist eine Prise Salz?“ – adressieren die zwei verschiedenen Varianten verschiedene Teilfragen und führen zu verschiedenen Ergebnissen. Sicherlich ist die Bestimmung der Masse einer Prise Salz nicht das drängendste physikalische Problem, aber die amüsante Frage „Wie viel ist eine Prise Salz?“ ist aufgrund ihrer einfachen Verständlichkeit gepaart mit der Komplexität möglicher Antworten geeignet, Grundprinzipien des Messwesens aufzuzeigen.

## 3. Das Beispiel „eine Prise Salz“

Zur Beantwortung der Frage „Wie viel ist eine Prise Salz?“ sollen im Folgenden zwei Varianten unterschieden werden. In Variante 1 steuern verschiedene Personen jeweils einen Messwert zur Erhebung bei. Beantwortet wird damit die Teilfrage: „Welche Verteilung der Massen einer Prise Salz ergibt sich, wenn für mehrere Personen je ein Mal eine Prise Salz abgewogen wird?“ Ähnliche Untersuchungen sind z. B. auch aus der Psychologie bekannt, wenn die Ausprägung eines Merkmals einer Person (z. B. die letzte Schulnote im Fach Physik) für eine Personengruppe bestimmt werden soll. In Variante 2 liefert eine Person mehrere Messwerte für eine Erhebung. Hier wird die Frage beantwortet: „Welche Verteilung der Massen einer Prise Salz ergibt sich, wenn durch eine bestimmte Person mehrmals eine Prise Salz abgewogen wird?“ Solche Untersuchungen weisen eine Analogie zu vielen physikalischen Experimenten auf, bei denen mit einem Messverfahren unter gleichen Bedingungen wiederholte Messungen durchgeführt werden. Unsere Prise Salz unterscheidet sich von physikalischen Experimenten natürlich dadurch, dass das Entnehmen der Salzmenge nicht genau nach einem wiederholt gleichen Verfahren erfolgt.

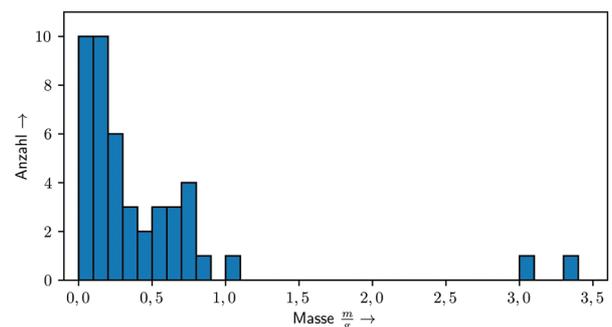


Abbildung 2: Histogramm der Messwerte von 45 unterschiedlichen Personen mit je einer Messung.

### 3.1 Variante 1

Zur Beantwortung der Frage „Wie viel ist eine Prise Salz?“ in der ersten Variante werden mit einer Waage (die eine Gesamtstandardunsicherheit nach Typ B von 0,005 g hat) die Massen bestimmt, die mehrere Personen (bei uns  $N = 45$ ) je ein Mal als eine Prise Salz auf eine Schale gestreut haben. In unserem Experiment standen den Proband\*innen eine Schale mit Speisesalz, verschiedene Löffel sowie eine an einer Ecke geöffnete, etwa halb gefüllte Salzverpackung zur Verfügung. Bei der Durchführung dieses Experiments ist uns nebenbei aufgefallen, dass fast alle Personen den Zahlenwert im Vorfeld deutlich höher eingeschätzt haben, als er tatsächlich war.

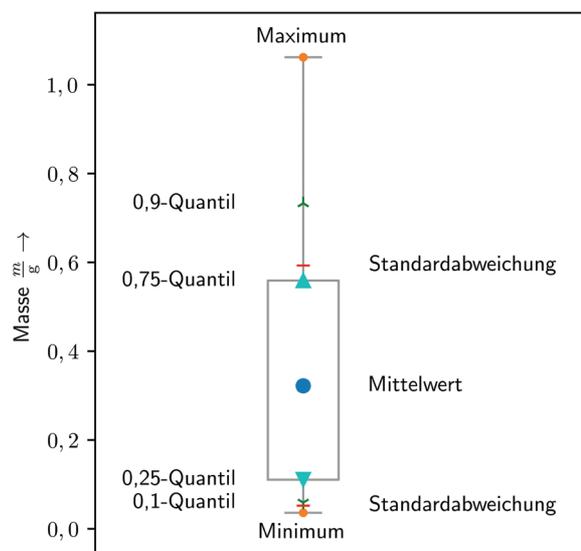
Für den Mittelwert ergab sich bei uns eine Masse von  $m = 0,450$  g, ein Histogramm der Verteilung der einzelnen Messwerte ist in Abbildung 2 dargestellt. Im Histogramm fallen die beiden Messungen oberhalb von 3 g auf. Um diese als Ausreißer charakterisieren zu können, greifen wir auf *zusätzliche Beobachtungen* während des Experimentierens zurück. Bei diesen beiden Messungen wurde – im Gegensatz zu allen anderen – die Prise Salz nicht mit den Fingern entnommen (siehe Definition des Dudens oben), sondern aus der Packung direkt gestreut. Damit war also das Messverfahren wesentlich anders. Wenn wir unsere Untersuchungsfrage zu „Welche Verteilung der Massen einer Prise Salz ergibt sich, wenn für mehrere Personen je ein Mal eine *mit den Fingern einer Schale entnommene* Prise Salz abgewogen wird?“ ändern, können wir die beiden Messwerte als Ausreißer streichen. Im Folgenden führen wir die Diskussion der Ergebnisse ohne diese beiden Werte durch.

Für den Mittelwert ergab sich nun eine Masse von  $m = 0,322$  g. Um die Verteilung quantitativ zu beschreiben, bieten sich in Variante 1 als alternatives Streumaß zur Standardabweichung der Stichprobe und der des Mittelwerts  $p$ -Quantile an.  $p$ -Quantile sind so definiert, dass für jeden Wert  $p$  eine Zahl  $x$  angegeben wird, so dass der Anteil der Messwerte, die kleiner oder gleich  $x$  sind,  $p$  und der Anteil der Messwerte, die größer oder gleich  $x$  sind,  $(1 - p)$  beträgt ([6], S. 30). Bestimmt werden sie, indem die Messwerte in eine geordnete Liste eingetragen werden und  $x$  so gewählt wird, dass die entsprechende Anzahl an Messwerten darunter und ebenso darüber liegt. Tabelle 1 stellt verschiedene Maße zur Beschreibung der Verteilung dar.

**Tabelle 1:** Verschiedene Maße zur Beschreibung der Verteilung in Variante 1 mit 45 Personen.

Maße der Verteilung (ohne die beiden Werte oberhalb von 3 g)	
Standardabweichung der Stichprobe	0,27 g
Standardabweichung des Mittelwerts	0,041 g
0,9-Quantil	0,73 g
0,75-Quantil	0,56 g
0,25-Quantil	0,11 g
0,1-Quantil	0,059 g
Minimum	0,036 g
Maximum	1,062 g

Anhand von Tabelle 1 und Abbildung 3 kann die Qualität der Messung abgeschätzt werden. Abbildung 3 zeigt den Mittelwert, das Maximum, das Minimum, verschiedene  $p$ -Quantile sowie die Standardabweichung der Stichprobe. Bei der Erstellung der Darstellung haben wir uns an üblichen „Boxplots“ orientiert ([6], S. 34). Gut erkennbar ist die asymmetrische Verteilung, die aufzeigt, dass die Abweichung vom Mittelwert zu geringeren Salzmengen betragsmäßig kleiner ist als die zu größeren. Anhand der  $p$ -Quantile lässt sich dies quantifizieren und so z. B. die Güte der Messung bestimmen. Angemessen wäre u. E. in diesem Fall z. B. die Angabe, dass der Mittelwert bei  $m = 0,32$  g liegt, wobei 50 % der Messwerte im Intervall zwischen 0,11 g und 0,56 g liegen. Die Beschreibung der Unsicherheit mithilfe der Standardabweichung der Stichprobe oder der des Mittelwerts oder mithilfe des Maximums des Abstands zwischen Mittelwert und allen Messwerten ( $m = 0,32 \text{ g} \pm 0,74 \text{ g}$ ; vgl. Hellwig, 2012) würde die Asymmetrie nicht berücksichtigen und erscheint deshalb als nicht gut geeignet.



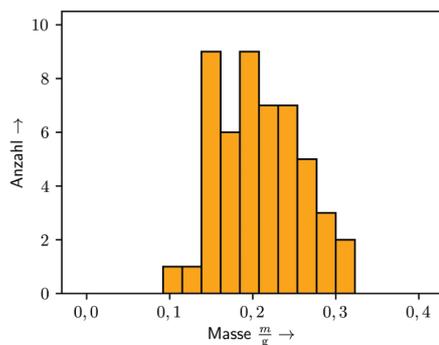
**Abbildung 3:** Darstellung der Verteilung der Messwerte von 43 unterschiedlichen Personen mit verschiedenen Maßen.

### 3.2 Variante 2

Zur Beantwortung der Frage „Wie viel ist eine Prise Salz?“ in der zweiten Variante werden mit der gleichen Waage die Massen bestimmt, die eine Person *wiederholt* (bei uns  $N = 50$ ) unter einigermaßen gleichen Bedingungen als eine Prise Salz auf eine Schale streut. Die Versuchsbedingungen waren ansonsten identisch mit denen von Variante 1. Für den Mittelwert ergab sich bei uns eine Masse von  $m = 0,2080$  g. Die Streuung lässt sich durch die Standardabweichung der Stichprobe (0,050 g) oder vereinfacht nach Hellwig (2012) als das Maximum des Abstands zwischen Mittelwert und allen Messwerten (0,12 g) beschreiben. Zusätzlich kann die Standardabweichung des Mittelwerts bestimmt werden (0,0071 g). Abbildung 4 zeigt das Histogramm der Verteilung.

Wählen wir zur Beschreibung der Unsicherheit die Standardabweichung der Stichprobe, dann ergibt sich für eine Prise Salz

$m = 0,208 \text{ g} \pm 0,050 \text{ g}$ . Nutzen wir die Standardabweichung des Mittelwerts zur Abschätzung der Unsicherheit (ermitteln wir also die Standardunsicherheit), so erhalten wir  $m = 0,2080 \text{ g} \pm 0,0071 \text{ g}$ . Wählen wir schließlich für die Unsicherheit das mathematisch einfachere Maß der Maximalabstandsbestimmung (Maximum des Abstands zwischen Mittelwert und allen Messwerten, vgl. Hellwig, 2012), so erhalten wir  $m = 0,21 \text{ g} \pm 0,12 \text{ g}$ . Es fällt auf, das letzteres Vorgehen sehr konservativ ist und die Unsicherheiten stark überschätzt werden. Es ist u. E. aber ein Verfahren, dass das Grundprinzip der Bestimmung eines Unsicherheitsintervalls leicht verständlich macht und sich durch die Betrachtung komplexerer Streumaße später erweitern lässt.



**Abbildung 4:** Histogramm der Messwerte einer Person bei 50 Messungen.

## 4. Diskussion

Zur Beantwortung der Frage „Wie viel ist ein Prise Salz?“ sind wiederholte Messungen notwendig. Wir haben diese Fragestellung durch zwei Varianten präzisiert, die letztlich zu unterschiedlichen Teilfragen geführt haben.

In Variante 1 wird untersucht, wie die Salzmenge zwischen *verschiedenen* Personen streut, wobei die Messungen pro Person nur je *ein Mal* durchgeführt wird. Eine ganze Reihe von Faktoren – die nicht kontrolliert wurden – spielen dabei eine Rolle: die Fingergröße, die Feuchtigkeit der Finger, die Eigenschaften des verwendeten Salzes, das im Kopf „antizipierte“ Gericht, die Menge des Gerichts, die Kocherfahrung usw. Ferner wird die Varianz der Salzmenge, die sich bei wiederholter Durchführung durch eine Person ergäbe, nicht berücksichtigt. Im Rahmen dieses Verfahrens könnte es also sein, dass die einmalige Messung ggf. nicht repräsentativ für die Person ist. Es handelt sich demnach insgesamt nicht um die mehrfache Durchführung des gleichen Experiments unter gleichen Bedingungen.

## Literatur

- [1] Duden Online (2020). <https://www.duden.de/rechtschreibung/Prise>
- [2] Joint Committee for Guides in Metrology (2008). Evaluation of measurement – Guide to the expression of uncertainty in measurement. Sèvres Cedex: France.
- [3] Liptak, B. G. (2017). Instrument and automation engineers' handbook: measurement and safety. Boca Raton: Taylor & Francis, CRC Press, S. 2094).

In Variante 2 wird untersucht, wie die Salzmenge *einer* Person streut, wobei die Messungen dieser Person *mehrfach* durchgeführt werden. Auch hier ist es natürlich möglich, dass es Faktoren gibt, die dafür sorgen, dass das Messverfahren nicht immer exakt das gleiche ist: Ermüdung des Arms, Feuchtigkeit der Finger usw. Allerdings kann versucht werden, diese Einflüsse möglichst konstant zu halten. Bei einer solche Experimentdurchführung durch eine Person hat das natürlich Grenzen, weshalb in physikalischen Experimenten versucht wird, die relevanten Einflüsse quantitativ erfassbar und vergleichbar zu machen. Weiterhin wird die Varianz in der Salzmenge, die sich bei mehreren Personen ergäbe, nicht berücksichtigt. Die Frage nach einer Prise Salz wird also nur für die durchführende Person beantwortet, sie ist demnach nicht notwendiger Weise auch repräsentativ für andere Personen. Es handelt sich aber um die mehrfache Durchführung des gleichen Experiments unter – so gut wie es geht – gleichen Bedingungen. Diese Variante ist daher für experimentelles Arbeiten in Physik relevanter.

Zur Abschätzung der Unsicherheit muss in beiden Varianten, abhängig vom Versuchsziel, den Versuchsbedingungen und den Ergebnissen, begründet ein passendes Streumaß gewählt werden. Eine Reihe von Größen, die dafür zur Verfügung stehen, haben wir angeführt. Schließlich möchten wir noch hervorheben, dass die Unsicherheit einer Messung auch ohne Kenntnis eines Referenzwertes abgeschätzt werden kann.

## 5. Nachwort

Unsere Untersuchungen konnten nun endlich dazu beitragen, zu klären, wie viel eine Prise Salz eigentlich ist: Werden verschiedene Personen um eine Prise Salz gebeten, dann liefern sie in der Regel irgendetwas zwischen Null und einem Gramm ab! Vergleichen wir nun die insgesamt vorliegenden (mittleren) Werte einer Prise Salz genauer – 1,6 g [3], 0,8 g [5], 0,3 g (unsere Variante 1), 0,4 g [4] und 0,2 g (unsere Variante 2) –, so stellt man fest, dass zwischen dem kleinsten und dem größten Wert beinahe eine Zehnerpotenz liegt! Aber schmeckt man das auch? Probieren Sie's aus!

Burkhard Priemer *Humboldt-Universität zu Berlin,*

*Didaktik der Physik*

Johannes Schulz *Humboldt-Universität zu Berlin,*

*Didaktik der Physik*

Stephen Mayer *Humboldt-Universität zu Berlin,*

*Didaktik der Physik*

- [4] Südwestdeutsche Salzwerke AG (2020). <https://www.bad-reichenhaller.de/de/salzwissen.html>

- [5] Wikipedia (2020). [https://de.wikipedia.org/wiki/Prise\\_\(Maßeinheit\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Prise_(Maßeinheit))

- [6] Henze, Norbert (2013): Stochastik für Einsteiger. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden.

# Experiment der Woche – Der radioaktive Ballon

Clemens Nagel

## 1. Alt, aber gut

Bereits im Jahr 2000 beschrieb Helmut Kühnelt im Plus Lucis in der Rubrik „Freihandexperimente“ das beeindruckende Experiment zur Demonstration der Umweltradioaktivität [1]. Es soll hier unter dem Gesichtspunkt der Messunsicherheiten erneut behandelt werden.

Zur Demonstration der Umweltradioaktivität in Gebäuden benötigt man einen Luftballon und einen Geiger-Müller-Zähler samt Zählrohr. Besonders leicht funktioniert der Versuch bei Nutzung eines Großflächendetektors (Durchmesser ca. 45 mm), siehe Abb. 1 linkes Bild. Er kann aber auch problemlos mit kleinen Geiger-Müller-Zählrohren (Durchmesser ca. 15 mm) durchgeführt werden. Hier sollte die Messzeit jedoch länger gewählt werden [2]. Der Luftballon wird aufgeblasen und durch Reiben an Schafwolle oder fettfreiem Kopfhair elektrisch geladen. Anschließend wird er an einem schlecht gelüfteten Ort so aufgehängt, dass er sich nicht durch Kontakt mit leitenden Objekten entladen kann. Nach einiger Zeit (10 Minuten bis 2 Stunden) wird der Ballon ausgelassen.



**Abbildung 1 links:** Luftballon unter Großflächendetektor  
**rechts:** Abschirmungsexperiment

Währenddessen kann die Hintergrundaktivität mit genügend langer Messzeit gemessen werden. Mit dem Geiger-Müller-Zähler werden die Ionisationsereignisse im Zählrohr (hervorgerufen durch die ionisierende Strahlung) gezählt. Die Zählrate mit dem Luftballon ist signifikant größer als der Hintergrund (ohne Luftballon).

## 2. Wie vertrauenswürdig ist das Ergebnis?

Im Kontext der Messunsicherheiten muss man sich aber die Frage stellen: „Hat das Ergebnis einer (digitalen) Zählung auch eine Messunsicherheit?“ Der Antwort näher bringt uns eine weitere Frage: „Was würde herauskommen, wenn man die Messung bei selber Zählzeit wiederholt?“ – ein ähnlicher Wert. Die Häufigkeit, mit der dabei eine bestimmte Anzahl an Zählergebnissen auftritt, folgt einer Poisson-Verteilung, da der radioaktive Zerfall ein stochastischer Prozess ist. Die diskrete Poisson-Verteilung hat den entscheidenden Vorteil, nur einen Parameter zu besitzen: Den Mittelwert  $\bar{N}$  (oder bei  $n = 1$  einfach das Ergebnis der Zählung). Aus ihm lässt sich

die Standardabweichung  $s = \sqrt{\bar{N}}$  direkt berechnen. Wie bei der Gauß- oder den anderen Verteilungen auch, taucht der nächste Zählwert mit einer Wahrscheinlichkeit von 68,3% im Bereich  $\bar{N} \pm s$  auf. Wenn wir also ca. 95% Wahrscheinlichkeit als „signifikant“ beschreiben wollen, sollte eine Zählrate, die sich von einer anderen unterscheidet zumindest 2 Standardabweichungen weit entfernt sein.

## 3. Woher kommt die Radioaktivität?

Sie kommt vom Edelgas Radon, genauer seinem Isotop  $^{222}\text{Rn}$ , welches mit einer Halbwertszeit von 3,82 Tagen unter Aussendung eines  $\alpha$ -Teilchens zerfällt. Da bei  $\alpha$ -Zerfällen häufig auch Elektronen mit aus dem Kern gerissen werden, entstehen positiv geladene Tochternuklide [2]. Diese werden vom negativ aufgeladenen Luftballon angezogen und auf seiner Oberfläche gesammelt. Das Radon selbst stammt aus dem Zerfall von Radium, welches im Boden, aber auch im Mauerwerk und im Beton von Häusern vorkommt. Die Zerfälle der Tochternuklide des Radons sorgen auf Grund deren kurzer Halbwertszeiten für die höhere Zählrate mit dem Luftballon (vgl. Tab.1).

**Tabelle 1:** Nuklide aus der Zerfallsreihe von Radon-222 [3]

Nuklid	Halbwertszeit	Zerfallsart & Energie	Gamma (keV)
$^{222}\text{Rn}$	3,82 d	$\alpha$ 5,5 MeV	510
$^{218}\text{Po}$	3 min	$\alpha$ 6,0 MeV	
$^{214}\text{Pb}$	27,0 min	$\beta^-$ 0,7 MeV	242, 295, 352
$^{214}\text{Bi}$	19,9 min	$\beta^-$ 3,3 MeV	609, 1764, 1120
$^{214}\text{Po}$	164 ms	$\alpha$ 7,7 MeV	800, 298
$^{210}\text{Pb}$	22 a	$\beta^-$ 17 keV	47

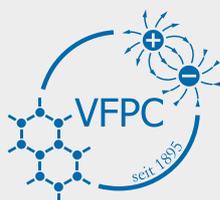
## 4. Erweiterung des Experimentes – Abschwächung durch Materie

Mit dem Wissen, wie man signifikante Unterschiede bei Zählraten festmachen kann, lässt sich hier ein quantitatives Experiment zur Abschwächung aufbauen. Mit Pappe oder Papier als Absorber zwischen Ballon und Geiger-Müller-Zählrohr ist sogleich etwa die Hälfte der Strahlungsintensität weg, da die  $\alpha$ -Teilchen abgeschirmt werden und nur mehr  $\beta^-$  und  $\gamma$ -Strahlung in das Zählrohr gelangt. Einige mm Aluminium reichen, um  $\beta^-$  Teilchen zu absorbieren und einige cm Aluminium schwächen dann auch die  $\gamma$ -Strahlung ab.

Clemens Nagel Senior Lecturer an der Universität  
Wien, Fakultät für Physik, Experimentelle  
Grundausbildung und Hochschuldidaktik

## Literatur

- [1] Kühnelt, H. (2000): Der radioaktive Ballon. In: Kühnelt, H. (Hrsg.), Plus Lucis 3/2000.
- [2] <https://www.leifiphysik.de/kern-teilchenphysik/radioaktivitaet-einfuehrung/versuche/umweltradioaktivitaet-mit-dem-luftballon>  
Aufgerufen am 05.11.2021
- [3] Magill, J., Dreher, R. Soti, Zs. (2018): Karlsruher Nuklidkarte, 10. Auflage. Karlsruhe, Nucleonica.



## Neues aus dem Verein

### Bericht aus der Generalversammlung

Die jährliche Generalversammlung des Vereins fand am Donnerstag 2.12.2021 online via ZOOM statt. Zunächst berichtete der Obmann von einer gelungenen Fortbildungswoche, welche erstmals Online stattfand. Die Planung für die Fortbildungswoche 2022 ist fertig und findet geplant im Präsenz an der Fakultät statt. Das Programm dazu finden Sie im Heft. Die Anmeldung für die einzelnen Workshops und die Vorträge erfolgt wieder über die Plattform Eveeno über den Link <https://eveeno.com/PlusLucis>

Das Passwort zur Anmeldung lautet FBW2022

Nach dem Obmann berichtet die Kassierin aus dem abgelaufenen Bilanzjahr. Die geringeren Kosten der online abgehaltenen Fortbildungswoche führten gemeinsam mit der leicht gestiegenen Mitgliederzahl zu einem geringen Plus.

Der neugewählte, personengleiche Vorstand stellte den Antrag die Mitgliedsbeiträge nicht zu verändern. Die Angleichung im letzten Jahr wurde gut angenommen. Der Mitgliedsbeitrag beträgt damit für alle Mitglieder 20€. Dieser Vorschlag wird einstimmig angenommen

### Ausschreibung des 6. Werner Rentzsch Fotowettbewerb

Wir möchten nochmal auf den Fotowettbewerb des Vereins hinweisen. Wir suchen das schönste Foto eines selbstaussprobieren Experiments! Auf der Homepage ([www.pluslucis.org](http://www.pluslucis.org)) finden sich alle Informationen zum Ablauf und den Teilnahmebedingungen, sowie die Gewinnerfotos der letzten Jahre als Inspiration.

Wir freuen uns auf viele spannende Fotos und wünschen viel Freude beim Experimentieren und Fotografieren.



Österreichische Post AG  
SP 17Z041123 S  
Verein zur Förderung des physikalischen  
und chemischen Unterrichts,  
Porzellangasse 4, Stiege 2, 1090 Wien  
DVR 0558567  
VRN 668472729