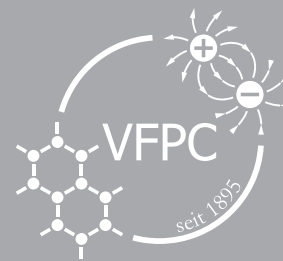
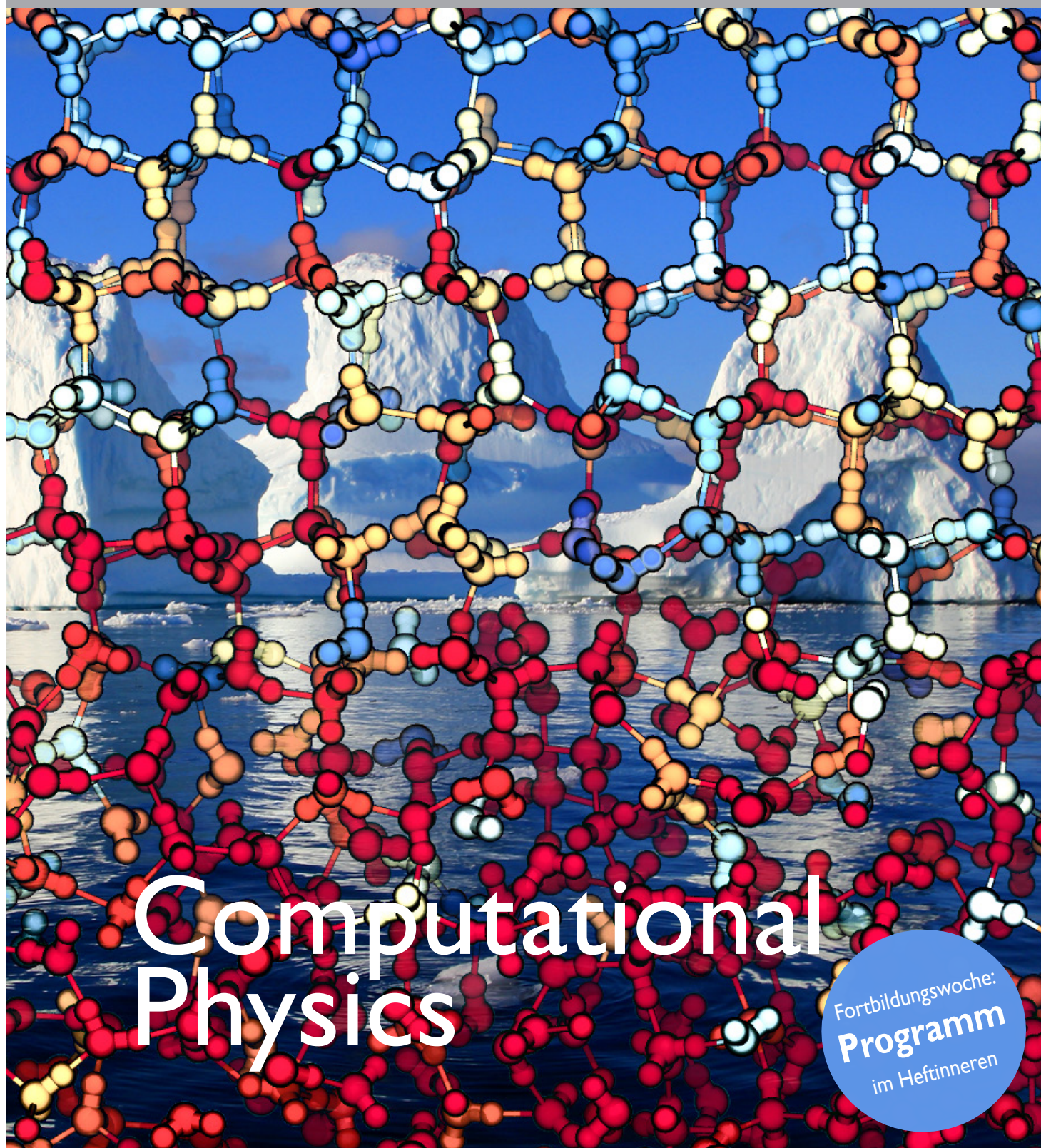


# plusLucis



Verein zur Förderung des physikalischen und chemischen Unterrichts



## Computational Physics

Fortbildungswoche:  
**Programm**  
im Hefinneren

ISSN 1606-3015

Ausgabe 4/2018

## Impressum

PLUS LUCIS, Mitteilungsblatt des Vereins zur Förderung des physikalischen und chemischen Unterrichts und des Fachausschusses Physik & Schule der Österreichischen Physikalischen Gesellschaft (VZR: 668472729) Erscheint vierteljährlich

### Medieninhaber und Herausgeber:

Verein zur Förderung des physikalischen und chemischen Unterrichts  
 Adr.: AECC Physik Universität Wien, Porzellangasse 4, Stiege 2, 1090 Wien  
**Im Web:** <https://www.pluslucis.org>

### Redaktion dieser Ausgabe:

Univ.-Prof. Dr. Thomas Wilhelm  
 Institut für Didaktik der Physik,  
 Goethe-Universität Frankfurt am Main  
 Email: wilhelm@physik.uni-frankfurt.de

Preis des Einzelhefts: € 6,-  
 für Mitglieder € 3,- (ist im Mitgliedsbeitrag enthalten)  
 Die jährliche Abonnementgebühr für Nichtmitglieder beträgt € 20,-.

Offenlegung nach § 25 des Mediengesetzes: Grundlegende Richtung: Fortbildung und fachliche Information für Physik- und ChemielehrerInnen, organisatorische Mitteilungen, Vereinsinterna.

Für die Inhalte der Artikel sind ausschließlich die namentlich genannten AutorInnen verantwortlich.

### Beiträge werden erbeten an:

Univ.-Prof. Dr. Martin Hopf  
 AECC Physik, Universität Wien  
 E-Mail: [martin.hopf@univie.ac.at](mailto:martin.hopf@univie.ac.at)

Univ.-Prof. Dr. Anja Lembens  
 AECC Chemie, Universität Wien  
 E-Mail: [anja.lembens@univie.ac.at](mailto:anja.lembens@univie.ac.at)

Ass. Prof. Dr. Claudia Haagen-Schützenhöfer  
 Universität Graz, Physikdidaktik  
 E-Mail: [claudia.haagen@uni-graz.at](mailto:claudia.haagen@uni-graz.at)

Es wird erbeten, Beiträge nach Möglichkeit per E-Mail einzureichen. Bevorzugtes Dateiformat: MS Word. Bilder im tif- oder jpg-Format.

### Titelbild (Umschlag):

Tobias Morawietz, Stanford University

### Heftkoordination:

Mag. Dr. Thomas Plotz

**Layout:** DI Maria Wasserburger

## Inhalt

Zur Geschichte der mathematischen Modellbildung im Physikunterricht.....	4
<i>Thomas Wilhelm</i>	
Geschmortes Nilpferd, gekochte Kartoffeln und andere Köstlichkeiten: Näherungen für Diffusion und Wärmeleitung mit der Tabellenkalkulation.....	11
<i>Florian Theilmann</i>	
Vergleich von modellierten Daten mit Videoanalysedaten mit verschiedener Software.....	18
<i>Jannis Weber &amp; Thomas Wilhelm</i>	
Smartphone-Experimente und Modellbildung.....	26
<i>Patrik Vogt, Christoph Fahsl, Thomas Wilhelm &amp; Lutz Kasper</i>	
System-Modellierung über Veränderungsgrößen mit Fluxion.....	32
<i>Stephan Lück</i>	
Was leistet die Computersimulation in der Physik?.....	36
<i>Claus Beisbart</i>	
Bericht über die Generalversammlung 2018.....	43
<i>Thomas Plotz</i>	

### Erklärung zum Titelbild:

Das Titelbild stellt eine Visualisierung der Forschungsgruppe rund um Univ. Prof. Dellago in Wien dar. Dargestellt ist die Grenzfläche zwischen Eis und Wasser, welche sich durch Computersimulationen in molekularer Auflösung untersuchen lässt. Die Wassermoleküle sind nach Stärke der Van-der-Waals-Kräfte (von blau = schwach nach rot = stark) eingefärbt. Diese Wechselwirkungen sind für die Dichte-Anomalie von Wasser verantwortlich und sorgen somit dafür, dass Eis auf der Wasseroberfläche schwimmt (Copyright: Tobias Morawietz und Andreas Singraber).

Die Abbildung passt somit wunderbar zum Thema dieser Ausgabe.

# Editorial

Liebe Kolleginnen und Kollegen, vielleicht fragen Sie sich gerade, was „Computational Physics“ ist und was das mit dem Physikunterricht zu tun hat. Zur Beantwortung der ersten Frage möchte ich aus Wikipedia zitieren: „*Computerphysik, auch Computational Physics (CP) oder Computergestützte Physik, ist ein Teilgebiet der Physik, das sich mit der Computersimulation physikalischer Prozesse befasst. [...] Als Grundlage dienen die Verfahren der numerischen Mathematik. Die Computerphysik befasst sich mit Methoden, welche die Ausgangsgleichungen, die ein physikalisches System beschreiben, numerisch oder algebraisch mit dem Computer lösen [...]. Die computergestützte Physik untersucht physikalische Probleme, die sich in der Regel zwar mit Gleichungen beschreiben lassen, deren Lösung sich aber nicht direkt in einer geschlossenen Formel berechnen lassen. Solche geschlossenen Lösungen existieren nur für sehr wenige idealisierte Systeme [...]. Grundlage jeder Simulation ist ein Modell, das die Wirklichkeit im Rahmen gewisser Näherungen beschreibt. Der Computer dient zur Realisierung des modellierten Systems und zur Messung physikalischer Größen sowie zur Bestimmung der Auswirkungen der Modellparameter. [...] Computergestützte Physik wird inzwischen zur Forschung in nahezu allen Teilgebieten der Physik eingesetzt*“ [1].

So etwas wird seit langem auch im Physikunterricht der Oberstufe gemacht und dort meist „mathematische Modellierung“ oder „mathematische Modellbildung“ genannt. Dafür wurden sogar etliche spezielle Softwareprogramme erstellt und es kommen immer wieder neue dazu. Manche Lehrpläne schreiben solche numerischen Berechnungen mit dem Computer verbindlich vor (z. B. Bayern und Sachsen), andere nennen es als Alternative (z. B. Bremen). Sogar verschiedene Forschungsarbeiten gibt es dazu. Dieses Heft will dazu einiges Wissen vermitteln und einige Anregungen geben.

Mathematische Modellbildung bedeutet, dass die Klasse oder die einzelne Schülerin bzw. der einzelne Schüler selbst die Zusammenhänge zwischen den relevanten physikalischen Größen angibt und das Programm daraus anschließend den Ablauf durch numerische Integration berechnet, also daraus eine Simulation erstellt. Viel verbreiteter sind dagegen im Physikunterricht fertige Simulationen, bei denen die Situation und die Berechnung vorgegeben sind und nur noch Parameter variiert werden können. Meistens werden dafür Applets verwendet, um so einen ausgewählten Realitätsaspekt nachzubilden. Um solche fertigen Simulationen soll es in diesem Heft nicht gehen. Etwas ganz anderes sind auch virtuelle Welten bzw. Simulationsbaukästen (wie Interactive Physics, Crocodile Physics, Yenka, Phun oder Algodoo). Diese kennen quasi die gesamte Physik und der Nutzer erzeugt nur noch die Situation, wobei man hier weitgehend ohne mathematische Gleichungen auskommt. Auf Knopfdruck läuft dann der Vorgang ebenso als Simulation ab. Auch darum soll es aber in diesem Heft nicht gehen.



Thomas Wilhelm

Thomas Wilhelm gibt zuerst didaktische Gründe für den Einsatz von Modellbildungssystemen an. Dann zeigt er im geschichtlichen Rückblick auf, welche Phasen und Softwareprogramme zur mathematischen Modellbildung es bisher im Physikunterricht gab, um schließlich einen Überblick über Forschungsergebnisse zum Lernen mit Modellbildungssystemen zu geben.

Florian Theilmann verwendet eine Tabellenkalkulation zur mathematischen Modellbildung in der Wärmelehre. Als Beispiele werden die Wärmeleitung durch einen Stab, die zweidimensionale Diffusion und die Erwärmung von Kochgut berechnet.

Jannis Weber et al. zeigen, wie modellierte Daten mit Daten einer Videoanalyse verglichen werden können. Dazu werden drei verschiedene Softwaremöglichkeiten vorgestellt und dies an drei verschiedenen Bewegungen aus der Mechanik aufgezeigt.

Patrick Vogt et al. untersuchen den Ausrollvorgang eines Autos. An diesem Beispiel zeigen sie auf, welcher Gewinn möglich ist, wenn die Daten der Modellbildung mit Messdaten aus einer Messung mit dem Smartphone verglichen werden.

Stephan Lück stellt die neue Software „Fluxion“ vor, mit der sich über Ratengleichungen formulierte Systeme berechnen lassen. Dies wird an drei nicht-physikalischen Beispielen, an einer radioaktiven Zerfallsreihe und dem ungedämpften elektromagnetischen Schwingkreis aufgezeigt.

Claus Beisbart stellt die Frage, ob Computersimulationen der experimentellen Methode oder der Theorie zuzuordnen sind oder einen dritten Zweig der Erkenntnisgewinnung in der Physik darstellen. Dabei zeigt er auf, welche große Bedeutung die Berechnungen am Computer heute in der Physik hat. Die mathematische Modellbildung kann deshalb auch dazu beitragen, ein angemessenes Bild von der Methode der Naturwissenschaft zu vermitteln.

Die mathematische Modellbildung ist eine alte, bewährte Methode im Physikunterricht, um zum Verständnis fachlicher Zusammenhänge beizutragen. Mit neuen Ideen möchte dieses Heft Sie dazu ermutigen, auf diese Weise interessante Abläufe im Unterricht zu behandeln, die anders im Physikunterricht nicht berechnet werden können.

[1] <https://de.wikipedia.org/wiki/Computerphysik>

# Zur Geschichte der mathematischen Modellbildung im Physikunterricht

Thomas Wilhelm

## 1. Didaktische Begründung für den Einsatz von Modellbildungssystemen<sup>1</sup>

Die Bildung von Modellen ist eine grundlegende Methode der Physik. Im hier verwendeten Kontext bedeutet Modellbildung die Konstruktion eines Netzwerkes physikalischer Begriffe und Beziehungen, mit denen das Verhalten eines physikalischen Systems beschrieben und vorausgesagt werden kann [2, S. 23]. Ein Modellbildungssystem ist ein Computerprogramm, mit dem man physikalische Modelle konstruieren, durchrechnen und die Ergebnisse darstellen kann. Diese Modelle sind mathematische Modelle, die Realisierungen eines Gedankenmodells sind. Ziel solcher Modelle ist, beobachtete Phänomene und Abläufe zu verstehen und neue Erkenntnisse über die komplexen Zusammenhänge zu gewinnen.

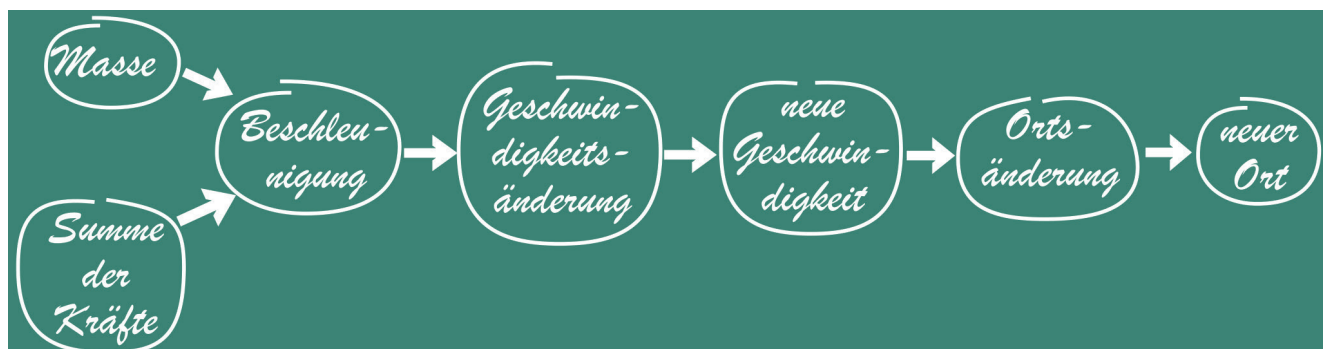
Ein Ziel des Physikunterrichts ist es zu wissen, wie verschiedene Größen zusammenhängen. Bei vielen Vorgängen gibt es sogar eine Kette von Abhängigkeiten, die zu bedenken sind, um den gesamten Ablauf zu verstehen. Die wichtigsten Zusammenhänge der Newton'schen Dynamik sind in Abbildung 1 dargestellt, die als Tafelanschrieb verwendet werden könnte. Die „dynamische Kette“  $F_{ges} \rightarrow a \rightarrow v \rightarrow x$  zusammen mit  $m \rightarrow a$  wird auch „Newton-Maschine“ genannt. Diese physikalische Struktur wird bei der Modellbildung verwendet. Es soll dabei deutlich werden, welche Größe auf welche andere einen Einfluss hat, vor allem eben Gesamtkraft auf Beschleunigung, Beschleunigung auf Geschwindigkeit und diese auf den Ort.

Lernprozesse beim Erstellen dieses Modells helfen, eigene Vorstellungen über Strukturzusammenhänge zu klären. Zusätzlich erhalten die Lernenden beim nächsten Schritt, nämlich der Berechnung und Darstellung des Modellablaufs, ein entscheidendes Feedback: Entspricht das Phänomen bzw.

die detaillierte Vorhersage dem Modellablauf? Evtl. auftretende Diskrepanzen sind zu klären: Waren die eigenen Vorstellungen richtig, ist die Umsetzung in das Modell stimmig, wo wurden Aspekte wie die Richtungen von Kräften vergessen? [3].

Eine immer wieder erhobene Forderung ist die Ausrichtung des Unterrichts auf die Alltagserfahrungen. Im Physikunterricht machen Schülerinnen und Schüler durch einzelne Experimente nur wenig Erfahrungen, um die neuen Erkenntnisse zu verstehen und längerfristig zu behalten. Andererseits haben Lernende gerade im Bereich Mechanik schon viele Vorerfahrungen zu den behandelten Themen, die mit den physikalischen Konzepten in Zusammenhang gebracht werden müssen. Häufig glauben Schülerinnen und Schüler, die physikalischen Erkenntnisse beziehen sich nur auf ideale Gedanken- und Laborwelten, mit denen man im Alltag nichts anfangen kann [4, S. 166]. Durch die Behandlung von authentischen Problemen können die Schülerinnen und Schüler aber erfahren, dass das physikalische Wissen für die reale Welt relevant, in ihr anwendbar ist und die physikalischen Konzepte tragfähig sind.

Authentische Aufgaben sind allerdings meistens auch komplexe Aufgaben. In der Dynamik bedeutet dies Aufgaben, in denen mehrere Kräfte gleichzeitig wirken und Reibung eine Rolle spielt. Denn bei fast allen Bewegungen in Natur und Technik spielen Reibungsvorgänge eine entscheidende Rolle. Im Physikunterricht werden aber zur Theoriebildung vielfältige Idealisierungen, z. B. die Ausblendung der Reibung, vorgenommen, um „reine Phänomene“ zu erhalten, an denen sich einfache Begriffe, Prinzipien und Gesetze entwickeln lassen. Wie in der angewandten Physik und der Technik muss es dann auch im Physikunterricht um die Anwendung der Theorien an realen Einzelfällen gehen. Hängt eine Kraft und damit die Beschleunigung von der Geschwindigkeit oder vom



**Abbildung 1:** Mögliche Tafelskizze, die Wirkungszusammenhänge zwischen Größen visualisiert.

<sup>1</sup> Viele Gedanken dieses Artikels sind entnommen aus [1].

Ort ab, kann dies zu Differentialgleichungen führen, die nur schwer oder überhaupt nicht explizit lösbar sind, sondern lediglich numerisch mit Hilfe eines Computers, d. h. mit der mathematischen Modellbildung.

Man kommt hier selbst bei sehr komplexen Phänomenen mit wenigen Grundbegriffen und Grundregeln der Mechanik aus. Im Physikunterricht stehen dagegen meist spezielle Gleichungen im Mittelpunkt; bei der Behandlung gleichförmig beschleunigter Bewegungen z. B. die Bewegungsfunktionen  $x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$  und  $v = v_0 + a \cdot t$ . Bei Modellbildungssystemen bilden aber die grundlegenden Definitionen wie  $v = \Delta x / \Delta t$  und  $a = \Delta v / \Delta t$  und fundamentale Gesetze wie  $a = F/m$  die Grundlage. „Eine große Anzahl von Phänomenen soll durch eine kleine Anzahl allgemeingültiger Gesetze und Regeln („power tools“) erklärt werden“ [5, S. 153].

Simulation nennt man die Anwendung bzw. den Ablauf eines Modells unter Setzung bestimmter Randbedingungen, was erst nach Erstellen des Modells im zweiten Schritt möglich ist. Von größerer didaktischer Relevanz ist aber die Entwicklung des Modells, nicht dessen Simulation. Natürlich werden auch hier noch Elementarisierungen vorgenommen. Man kann aber schrittweise den Grad der Elementarisierung verringern, indem man zunächst vernachlässigte Effekte wie Reibung später zusätzlich berücksichtigt.

Interessante Beispiele erhält man, wenn eine geschwindigkeitsabhängige Luftreibungskraft beteiligt ist, z. B. beim Fallkegel [6], Fallschirmspringer, Meteor, Regentropfen oder einem mit konstanter Antriebskraft anfahrenen Auto. Die übliche Coulomb-Reibung ist zwar nicht vom Tempo, aber von der Bewegungsrichtung abhängig; nur ihr Betrag ist konstant. Eine ortsabhängige Kraft ist zu berücksichtigen, wenn ein Wagen auf eine Feder auffährt oder ein Springer auf ein Trampolin springt. Auch bei Schwingungen hat man eine ortsabhängige Kraft.

## 2. Geschichte der mathematischen Modellbildung

Die Entwicklung der mathematischen Modellbildung im Physikunterricht soll hier im Rückblick in Phasen eingeteilt werden, die nicht streng hintereinander ablaufen, sondern sich überlappen.

### 2.1 Eigene Programmierung

In den 1980er Jahren zog der Computer in der Form des „Commodore C64“ in den Physikunterricht ein. Schon damals haben Lehrkräfte im Mechanikunterricht Bewegungen am Computer ausgehend von den angenommenen Kräften berechnet. Dazu wurde eine imperative Programmiersprache verwendet, bei der im Quellcode festgelegt wird, was in welcher Reihenfolge und wie berechnet wird. Zunächst war das „Basic“, später auch „Comal“ und „Pascal“. Die zeilenorientierten

Programme bestehen im Wesentlichen aus einer Schleife, deren Durchlauf einem Zeitschritt  $\Delta t$  entspricht. Jede Schleife enthält außer der Berechnung der Einzelkräfte und der resultierenden Gesamtkraft  $F_{res}$  die folgenden Schritte:

$$\begin{aligned} a &= F_{res}/m; \\ \Delta v &= a \cdot \Delta t; v = v + \Delta v; \\ \Delta x &= v \cdot \Delta t; x = x + \Delta x; \\ t &= t + \Delta t; \end{aligned}$$

Ort und Geschwindigkeit ergeben sich dabei durch ein Aufsummieren der einzelnen Änderungen ausgehend von einem Startwert (siehe Abb. 2). Man sprach von der „Methode der kleinen Schritte“.

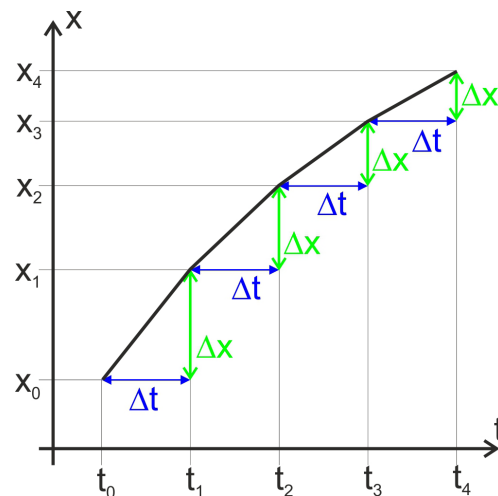


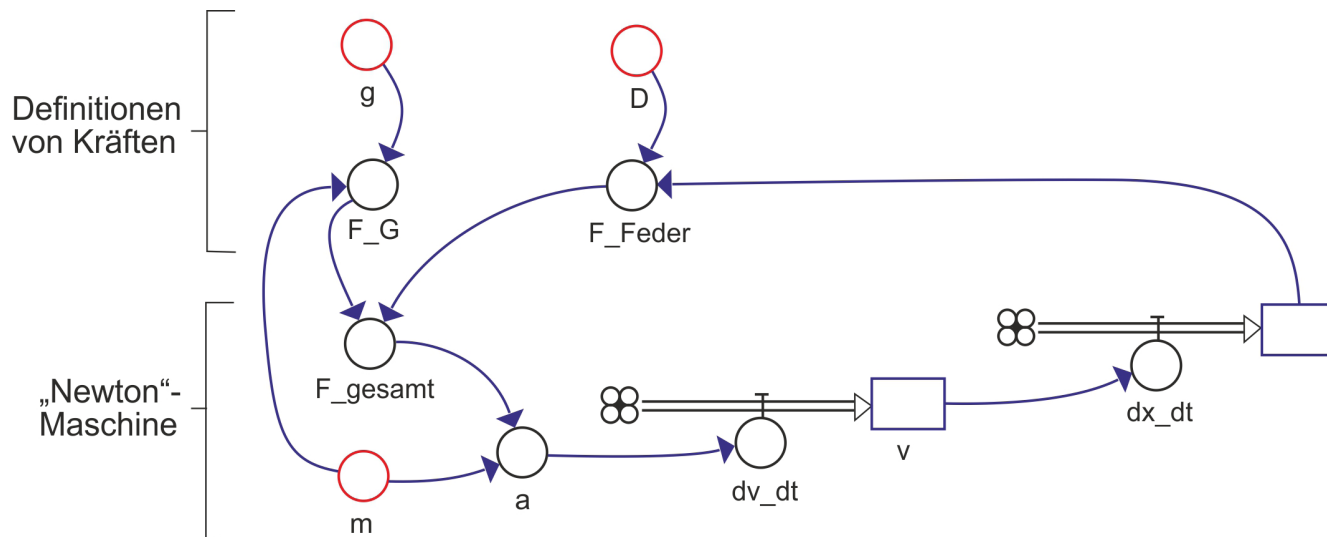
Abbildung 2: Grundprinzip der „Methode der kleinen Schritte“.

Dieses einfache numerische Verfahren wird auch Euler-Verfahren genannt. Bei vielen Bewegungen, wie z. B. Schwingungen, führt es nach kurzer Zeit zu starken Fehlern. Schon bald gab es auch eigene Programme wie z. B. das Programm „Dynamos“ zum Betriebssystem MS-DOS.

Als Variante davon kann auch die Nutzung eines Tabellenkalkulationsprogrammes wie „Excel“ angesehen werden. Hier entspricht eine Zeile einem Zeitschritt und es werden in den verschiedenen Spalten die verschiedenen Größen aus den anderen Größen der Zeile bzw. denen der vorangehenden Zeile berechnet. Indem man die Berechnung einer Zeile nach unten zieht, berechnet man den Ablauf. Die Erstellung und Bedienung ist hier aber nicht einfach und erfordert einige Kenntnisse der Software. Am Ende hat man eine Tabelle voller Zahlen und kann die Berechnung nicht im Überblick sehen, was ein Finden eines Fehlers und eine Abwandlung der Berechnung sehr schwierig macht.

### 2.2 Graphische Modellbildung

In den 1990er Jahren wurden graphisch-strukturorientierte Modellbildungssysteme bekannt. Angelehnt an „STELLA“ wurden weitere Programme wie z. B. „Powersim“ entwickelt und speziell für den Schulunterricht „Dynamics“, „Modus“, „Coach“ sowie „VisEdit“. Hier wird jeweils zuerst mit einem graphischen Modell-Editor durch Einführen der relevanten



**Abbildung 3:** Graphisches Modell zu einer vertikalen Federschwingung in Dynasys

physikalischen Größen und ihren Verknüpfungen ein Modell erstellt, d. h. es werden Symbole für die einzelnen Größen gesetzt und entsprechend ihren Wirkungen miteinander verknüpft (siehe Abb. 3, analog zu Abb. 1). Erst in einem zweiten Schritt werden diese qualitativ definierten Beziehungen zwischen den einzelnen Größen durch grundlegende physikalische Beziehungen quantifiziert [7, S. 151]. Die graphische Darstellung hat gegenüber Gleichungen viele Vorteile. Die Struktur des Modells ist schnell und einfach zu erkennen, was eine Diskussion darüber – z. B. in einer Gruppenarbeit – erleichtert. Es ist sofort klar sichtbar, welche Größe auf welche andere einen Einfluss hat. Außerdem muss keine Programmiersprache, sondern nur die Arbeit mit sehr wenigen Symbolen gelernt werden.

Diese Modellbildungssysteme gehen auf Forrester zurück, der in den 60er Jahren die Systemdynamik entwickelt hat. In der Systemdynamik sind vor allem drei grundsätzlich verschiedenartige Typen von Systemgrößen zu unterscheiden [8, S. 79 + 93]:

1. Vorgabegrößen, d. h. Parameter und exogene Einwirkungen, also Größen, die von außen auf das System einwirken, aber von diesem nicht beeinflusst und verändert werden (rote Kreise in Abb. 3).
2. Zustandsgrößen, d. h. Speichergrößen, in denen sich der gegenwärtige Zustand eines Systems auch als Ausdruck seiner Geschichte widerspiegelt (blaue Rechtecke in Abb. 3). Sie sind das Gedächtnis des Systems [8, S. 19].
3. Zwischengrößen, d. h. Größen, die jederzeit direkt aus Vorgabe- und Zustandsgrößen ermittelt, d. h. berechnet, werden können (schwarze Kreise in Abb. 3).

Bei „STELLA“, „Powersim“, „Dynasys“ und „Coach 6“, „Coach 7“ u. a. verwendet man folgende Analogie: durch eine Rohrleitung fließen die Änderungen in den Zustandsbehälter, wobei die Flüsse durch Ventile (die Änderungsraten) reguliert werden (stock-and-flow-Modelle, Fluss-Diagramme). Tinker [9, S. 99] kritisiert, dass dabei ein intuitives Verständnis

der Flüsse inkompressibler Flüssigkeiten nötig ist. Dabei darf man in „STELLA“ nicht vergessen, auch negative Änderungen zuzulassen, da eine Begrenzung auf nur positive oder nur negative Werte in der Physik (im Gegensatz zu den Wirtschaftswissenschaften) nur wenig Sinn macht. Dieses „Fließen in den Zustandsbehälter“ entspricht dann dem Integrieren bei einer analytischen Lösung. Ist eine Größe gleichzeitig Zustandsgröße und Änderungsrate für eine andere Zustandsgröße muss sie doppelt eingegeben werden, was zu Problemen führt und für Schülerinnen und Schüler verwirrend sein kann [2, S. 33 – 34]. Dies ist z. B. bei der Geschwindigkeit und Beschleunigung in Abbildung 3 der Fall. Tinker [9, S. 98] gibt zudem zu bedenken, dass diese Darstellung mit der Metapher von Flüssen beim zweiten Newton’schen Gesetz nicht sinnvoll erscheint (Was fließt gesteuert von der „Beschleunigung“ in das Reservoir „Geschwindigkeit“?). Laut Sander [10, S. 197] haben Studierende damit zwar keine Probleme, dafür aber andere Probleme mit STELLA [10, S. 179].

Bei „VisEdit“, „Modus“, „Moebius“ und „Coach 5“ wird anstelle der Rohrleitungsanalogie eine andere Analogie benutzt: Mittels einer Spritze werden Änderungen an einem Zustandsbehälter vorgenommen, wobei die Änderungen sowohl positiv als auch negativ sein können.

### 2.3 Ausgabe von Animationen

Schülerinnen und Schüler tun sich schwer, Diagramme zu interpretieren. Demzufolge kann es sinnvoller sein, die Ergebnisse der Berechnung in einer Animation zusätzlich zu einem Diagramm auszugeben. Deshalb wurden Softwareprogramme entwickelt, die zusätzlich auch Animationen ausgeben können. Ältere Beispiele sind „VisEdit“ (mit „PAKMA“) und „JPAKMA“ (je 2000er Jahre), ein aktuelles Beispiel ist „Modellus 4“; verwenden kann man auch „VPython“ und „Easy Java Simulations“.

Beim Ablauf des Modells, d.h. bei der Simulation, werden dann an der Animation sofort falsche Eingaben deutlich, ohne dass Graphen interpretiert werden müssen. Werden z. B. Vorzeichen von Kräften nicht beachtet, dann fliegt ein Fallkegel nach oben statt nach unten, ein Wagen fährt die schiefe Ebene hinauf statt hinab, eine Feder am Ende der Bahn beschleunigt einen Wagen weiter statt ihn abzubremesen etc.

## 2.4 Heutige Erwartungen an eine Software

Ist eine Software komplex oder umständlich bzw. zu undurchsichtig, verlagert man das Problem von der mathematischen Seite auf eine technische Seite und die eigentliche Thematik der Physik geht wieder unter. Programmiersprachen, Tabellenkalkulation, graphisch-orientierten Programme sowie die Erstellung von Animationen benötigen eine gewisse Einarbeitungszeit. Dies ist wohl ein Grund, warum Modellbildungssoftware so selten eingesetzt wird und stattdessen lieber eine fertige Animation gezeigt wird oder viele Probleme (z. B. Reibung) gar nicht behandelt werden. Von einer Software wird heute erwartet, dass sie nicht nur sehr stabil läuft, sondern sehr intuitiv zu bedienen ist.

Die betriebssystemunabhängige Software „Newton-II“ (kostenlos erhältlich unter [11]) ist als „One-Window-Application“ gestaltet. Das bedeutet, dass alle wichtigen Elemente des Programms bis auf wenige Dialoge für spezielle Einstellungen in einem Fenster dargestellt werden. Im linken Eingabe- und Aktionsbereich werden die Gleichungen, Konstanten, Berechnungsbedingungen und Achseneinstellungen eingegeben sowie die Berechnung gestartet. Im rechten Anzeigebereich befindet sich eine graphische Darstellung der Lösung. Das Programm verfolgt das Ziel, dass die Eingabe des Kraftgesetzes und der Parameter sowie die Ausgabe als Diagramm gleichzeitig zu sehen sind (räumliche Kontiguität). Dabei wird der Bewegungsverlauf unmittelbar berechnet und gleichzeitig mit allen Eingaben und Parameterwerten als Diagramm sichtbar (zeitliche Kontiguität). Ein schnelles und unkompliziertes Variieren des Problems sowie der verschiedenen Parameter sind in Echtzeit möglich. Die bei allen Elementen automatisch erscheinenden Erklärungen (Tooltips) unterstützen den Benutzer und die Diagrammdarstellung bietet eine weitreichende intuitive Mausunterstützung. So können die Achsen durch Anklicken und Bewegen der Maus bei gedrückter Maustaste oder durch Drehen des Mousrades gedehnt bzw. gestaucht werden. Per Doppelklick irgendwo im Diagramm wird die automatische Skalierung wieder aktiviert.

„Newton-II“ ist speziell für die mechanischen Probleme entwickelt. Deshalb muss bei der Anwendung nicht extra angegeben werden, wie sich aus der Beschleunigung die Geschwindigkeit und der Ort ergeben, sondern nur, wie die Beschleunigung zu berechnen ist. Die Berechnung von Geschwindigkeit und Ort sind vorimplementiert. Dadurch

können sich die Lernenden ganz auf den Inhalt der Modellierung konzentrieren.

Noch einen Schritt weiter geht das Modellbildungsmodul der Videoanalysesoftware „Tracker“. Dort muss bei der Modellierung, die „dynamische Modellierung“ genannt wird, nur die Masse und die resultierende Gesamtkraft für jede Komponente angegeben werden, aber nicht einmal, wie daraus die Beschleunigung berechnet wird. Das bedeutet, dass die gesamte „Newton-Maschine“ ( $F_{ges} \& m$ )  $\rightarrow a \rightarrow v \rightarrow x$  schon fertig vorimplementiert ist.

In [12] wird eine mathematische Modellbildung am komplexen Beispiel des schiefen Wurfes mit Luftreibung mit vier verschiedenen Programmen aus allen vier Bereichen vorgestellt: 1. mit „Excel“ als Beispiel für eine Tabellenkalkulation, 2. mit „Coach 6“ als Beispiel für ein graphisch orientiertes Programm, 3. mit „Modellus 4“ als Beispiel für ein Programm mit Animationen und 4. mit „Newton-II“ als Beispiel für ein modernes gleichungsorientiertes Programm.

## 2.5 Heute eingesetzte Software

Zur Frage, welche Software heute eingesetzt wird, gab es zwischen November 2014 und Februar 2015 eine Erhebung, die in zwei Regionen Bayerns (Schwaben und Unterfranken) und dem Großraum Frankfurt mittels eines Onlinefragebogens und mit staatlicher Unterstützung durchgeführt wurde [13]. Dabei ist zu beachten, dass die Berechnung mit numerischen Verfahren in Bayern durch den Lehrplan vorgeschrieben ist. Insgesamt ergab sich ein Rücklauf von  $N = 163$  Probandinnen und Probanden, die in etwa zu gleichen Teilen aus den drei befragten Regionen waren.

Die Bandbreite der bereits eingesetzten Software ist demnach nicht sehr groß (siehe Tabelle 1). Die häufige Wahl der Tabellenkalkulation steht dabei im Widerspruch zu den Empfehlungen in der didaktischen Literatur. Fraglich ist, ob die Lehrkräfte, die „Excel“ angaben, wirklich damit immer mathematische Modellbildung machten oder es anders verwendeten. Die Bekanntheit von „Newton-II“ in Unterfranken, die sich hoch bzw. höchst signifikant von der in Frankfurt bzw. Schwaben unterscheidet, liegt wohl daran, dass die Software in Unterfranken entwickelt wurde.

**Tabelle 1:** Schon mindestens einmal eingesetzte Software nach Regionen ( $N_{Frankfurt} = 51$ ;  $N_{Unterfranken} = 60$ ;  $N_{Schwaben} = 50$ ; signifikante Unterschiede gemäß  $\chi^2$ -Test, \*:  $p < 0,05$ , \*\*:  $p < 0,01$ , +++:  $p < 0,001$ )

	Frankfurt	Unterfranken	Schwaben
Tabellenkalkulation („Excel“ etc.)	47 %*	68 %*	60 %
„Dynasys“	4 %	2 %	8 %
„Newton-II“	2 %**	22 %** +++	0 %+++
„VisEdit“ mit „PAKMA“	2 %	13 %*	2 %*

### 3. Forschungsergebnisse zur Modellbildung in der Literatur

Nach *Schecker, Klieme et al.* [14, S. 21] zielen die Untersuchungen der 1990er Jahre zu Modellbildungssystemen weniger auf die Vermittlung fachcurricularer Inhalte, sondern auf die generelle Förderung systemischen Denkens ab [15 + 16, S. 337]. Die Inhalte des Unterrichts wurden nach systemdynamischen Aspekten ausgewählt [17] oder die Untersuchungen erfolgten in Laborsituationen statt in realem Schulunterricht (z. B. [18]). Einige Ergebnisse der am systemischen Denken orientierten Studien ließen vermuten, dass mit solcher Software im Unterricht vernetztes Denken vermittelt werden kann, während in einer Felderprobung in unterschiedlichen Fächern [19] keine solche Effekte nachweisbar waren [14, S. 21].

Heute werden Modellbildungssysteme allerdings primär zur Vermittlung von physikalischem Fachwissen im Schulunterricht eingesetzt. Dazu wurde in Deutschland bereits von *Bethge* und *Schecker* eine mehrmonatige Erprobung in verschiedenen Physikleistungskursen (Jahrgangsstufen 11 – 13) in Bremen durchgeführt [2, 7, 10, 20].

Die einzige größere Studie in Deutschland zur Vermittlung von physikalischem Fachwissen im Schulunterricht ist das von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) geförderte Vorhaben „Physiklernen mit Modellbildungssystemen“ von 1996 bis 1999 an der Universität Bremen und dem Institut für Bildungsforschung in Bonn [14, S. 3; 21, S. 230]. In zwei Physik-Leistungskursen der elften Jahrgangsstufe wurde in einem Fünftel der Unterrichtszeit mit dem Modellbildungssystem STELLA gearbeitet – überwiegend in Kleingruppen am Computer. In den beiden Leistungskursen der Kontrollgruppe fand dagegen kein Computereinsatz statt. Eine Hypothese war, dass Schülerinnen und Schüler, die mit Modellbildungssystemen gearbeitet haben, in erhöhtem Maße solche Stufen konzeptueller physikalischer Kompetenz erreichen, die durch eine Fähigkeit zur begrifflich-qualitativen bzw. halbquantitativen Analyse des betrachteten Vorgangs gekennzeichnet sind. Diese Hypothese konnte aber aufgrund von uneinheitlichen Testergebnissen nicht bestätigt werden [14, S. 11; 22, S. 87]. Eine weitere Hypothese war, dass Lernende, die im Bereich Mechanik mehrfach mit Modellbildung gearbeitet hatten, diese Problemlösestrategie häufiger und konsequenter in mechanischen Situationen ohne Modellbildung einsetzen. Zur Überprüfung dieser Hypothese wurden Experimentalinterviews durchgeführt. Die Versuchsgruppe war hier signifikant besser als die Kontrollgruppe [14, S. 12; 23, S. 73]. D. h. in der Versuchsgruppe wurden Newton'sche Argumentationsmuster bei mechanischen Kräften tatsächlich stärker gefördert. Allerdings zeigte sich bei der Abschlusserhebung am Ende der elften Jahrgangsstufe beim Transfer auf Bewegungsvorgänge mit nicht-mechanischen Kräften (Unterrichtsgegenstand in 11/2) kein Vorteil der Versuchsgruppe [14, S. 12; 23, S. 71+73]. Des Weiteren wird die Hypothese, dass Schülerinnen und Schüler der Versuchsgruppen bei neuen Aufgaben in rein mechanischen Kontexten auf bekannte Substrukturen zurückgreifen, von

der Studie erfreulicherweise bestätigt [14, S. 13]. Schließlich wird die Hypothese, dass die Lernenden der Versuchsgruppe im Vergleich zu Lernenden mit herkömmlichem Unterricht höhere Fähigkeiten beim systemischen Denken in dieser Domäne haben, zurückgewiesen.

Die DFG-Studie hat insgesamt ergeben, dass der Aufbau Newton'scher Vorstellungen durch Unterricht mit dem Modellbildungssystem STELLA nicht in dem Maße gefördert wird, wie das vorher erwartet wurde. Es wurden halb-quantitative Fähigkeiten zur Beschreibung und Vorhersage von Bewegungsverläufen gefördert, aber beim Grundverständnis der zentralen Begriffe der Newton'schen Mechanik und bei gleichungsorientierten, quantitativen Anforderungen konnten keine Unterschiede zu konventionellem Unterricht nachgewiesen werden [14, S. 25]. Auch die Effekte für den Aufbau systemischen Denkens sind nach dieser Studie begrenzt und liegen ebenfalls im halb-quantitativen Bereich. *Schecker, Klieme et al.* fassen zusammen: „*Modellbildungssysteme bewähren sich im gewählten Unterrichtskonzept als Methoden im engeren Bereich der Förderung physikalischen Verständnisses, nicht jedoch als Mittel zur Förderung übergreifender Kompetenzen*“ [14, S. 25]. Graphisch-orientierte Modellbildungssysteme fördern demnach eine Auseinandersetzung mit der Physik, während ein spezifischer Wissenszuwachs begrenzt bleibt [24, S. 151]. Das Ergebnis, dass die Fähigkeit zu Newton'schen Argumentation bei mechanischen Kräften durch Modellbildung stärker gefördert wird, spricht aber allein schon dafür, Modellbildung im Mechanikunterricht einzusetzen.

In der Studie von *Sander* [10] mit 13 Lehramtsstudierende wurde im Anfängerpraktikum (1. Semester) das graphisch-orientierte Modellbildungssystem STELLA in Verbindung mit Real-experimenten in acht zweistündigen Praktikumsterminen eingesetzt. Während des Arbeitens mit dem Modellbildungssystem wurde mehr theoriebezogenes Wissen geäußert als beim Experimentieren, allerdings noch mehr beim üblichen Gespräch mit den Betreuenden [10, S. 121]. Eine begrifflich-qualitative Auseinandersetzung mit der Physik wurde gefördert [10, S. 215]. Die Modellbildung eignete sich zur Festigung und Ausdifferenzierung von Wissen (intelligentes Üben), aber nicht zur Entwicklung neuen begrifflichen Wissens. Es wurden zwar individuelle Ideen und Wege verfolgt, aber das bewusste Formulieren von Hypothesen und Testen verschiedener Ansätze fand nur eingeschränkt statt. Die intensive Wechselwirkung zwischen Modellbildung und Experiment wurde entgegen den Hoffnungen nur unzureichend angeregt. Als Grund wird angegeben [10, S. 243], dass aus softwaretechnischen Beschränkungen die Messwerte und Simulationsergebnisse nicht in einer gemeinsamen Programmumgebung übereinandergelegt werden konnten, was oberflächliche Vergleiche auf ungefähre Ähnlichkeit des Kurvenverlaufs begünstigte.

Eine Untersuchung von *Hucke* und *Fischer* [25], bei der in der Versuchsgruppe sechs Studierende in zwei Versuchen u. a. mit dem Modellbildungssystem STELLA arbeiteten, zeigte



ebenso, dass sich die Studierenden bei der Modellbildung mehr mit physikalischen Zusammenhängen befassen [25, S. 251], sich aber nur wenige Veränderungen in Concept Maps ergeben [25, S. 252]. In einer Studie von *Tinker* [9] wird u. a. deutlich, dass es auch eine Rolle spielt, welches Modellbildungssystem verwendet wird. *Tinker* setzte demnach das Modellbildungssystem STELLA bei Schülerinnen und Schülern ab 14 Jahren in der Mathematik ein, um grundlegende Konzepte der Differential- und Integralrechnung einzuführen. Er berichtet von Schwierigkeiten im Umgang mit den Begriffen Zustand und Rate und bei der Deutung der entstehenden Graphen, so dass er zu dem Schluss kommt, dass STELLA nicht zum Erlernen dieser Konzepte geeignet ist. Für die Physik befürchtet er Probleme mit den Zu- und Abflüssen, die über Ventile gesteuert werden, da sie in der Physik keine konkrete Bedeutung hätten.

*Wilhelm* [1, S. 64 - 83] setzte die mathematische Modellbildung (mit „VisEdit“) in mehreren Klassen nach dem traditionellen Oberstufen-Mechanikunterricht in einem lehrerzentrierten Unterricht ein. Es zeigte sich, dass die Schülerinnen und Schüler zunächst auf spezielle Bewegungsfunktionen fixiert waren, aber die grundlegenden Definitionen  $v = \Delta x / \Delta t$  und  $a = \Delta v / \Delta t$  trotz des vorhergehenden Unterrichts nicht wussten. Außerdem wussten sie nicht, wie sie mit mehreren Kräften umgehen sollten, da für sie in der Gleichung  $F = m \cdot a$  das  $F$  für eine einzige wirkende Kraft stand. Schließlich gaben sie die Kräfte immer ohne das nötige Vorzeichen an. Der Einsatz der Software wurde von den Schülerinnen und Schülern aber sehr gelobt. Ein Fragebogen zu Physikvorstellungen zeigte, dass sie danach eher der Meinung waren, Physik habe etwas mit der Realität zu tun. Deutliche Veränderungen zeigten sich in den Concept Maps, die die Lernenden vor und nach der

Einheit erstellen sollten. Vorher war die Geschwindigkeit die zentrale Größe; wenige Lernende gaben richtig an, von was die Beschleunigung abhängt, aber ein Drittel gab fälschlich an, dass die Beschleunigung und die Masse auf die Kraft einwirken, was vermutlich fälschlich aus  $F = m \cdot a$  abgeleitet wurde. Nach der Unterrichtseinheit war im Mittel die Beschleunigung die zentrale Größe in den Concept Maps, die „Summe der angreifenden Kräfte“ war wichtig und es fand sich viel häufiger, dass Kräfte und die Masse die Beschleunigung bestimmen. Man kann also sagen, das strukturelle Wissen der Schülerinnen und Schüler zur Dynamik hatte zugenommen. In einer anderen Studie [1, S. 211 – 215], in der die mathematische Modellbildung bereits während dem Mechanikunterricht eingesetzt wurde, ergaben sich ähnlich positive Ergebnisse.

#### 4. Zusammenfassung

Die mathematische Modellbildung ist im Mechanikunterricht eine alte Idee, nur die Art der Realisierung hat sich mit der fortschreitenden Softwareentwicklung verändert. Viele Forschungsergebnisse zeigen, dass die mathematische Modellbildung das Verständnis der Newton'schen Mechanik fördern kann, wenn auch manch weitreichende Erwartungen nicht erfüllt wurden. Verschiedene Programme bieten unterschiedliche Möglichkeiten und Probleme. Inwieweit neuere Software, die intuitiver zu bedienen ist und Vergleiche mit Messdaten wie Videoanalysen erlaubt, das Lernen besser fördert, ist noch nicht untersucht.

---

Prof. Dr. Thomas Wilhelm *Institut für Didaktik der Physik,  
Goethe-Universität Frankfurt am Main*

#### Kostengünstige Modellbildungssysteme für den Physikunterricht:

- Dynasys (graphisch orientiert, Freeware, veraltet):  
<http://www.heise.de/download/dynasys-1178613.html>
- Coach 6 Studio MV (graphische oder gleichungsorientierte Eingabe, 3,95 € bei Klett):  
<http://www.klett.de/produkt/isbn/3-12-772607-4>
- Moebius 3.0 (graphische oder gleichungsorientierte Eingabe, nur Euler-Verfahren, nur für zu Hause kostenlos, veraltet):  
<https://www.primtext.de/moebius/download.htm>
- Modellus 4 (gleichungsorientiert, Ausgabe mit Animationen, Freeware, nicht deutschsprachig):  
<http://www.modellus.pt>
- Newton-II (gleichungsorientiert, Freeware):  
<http://did-apps.physik.uni-wuerzburg.de/Newton-II>

#### Literatur

- [1] Wilhelm, T. (2005): Konzeption und Evaluation eines Kinematik/Dynamik-Lehrgangs zur Veränderung von Schülervorstellungen mit Hilfe dynamisch ikonischer Repräsentationen und graphischer Modellbildung, Studien zum Physik- und Chemielernen, Band 46, Logos-Verlag, Berlin, <https://opus.bibliothek.uni-wuerzburg.de/frontdoor/index/index/docId/3310>
- [2] Schecker, H. (1998): Physik-Modellieren. Grafikorientierte Modellbildungssysteme im Physikunterricht, Klett-Verlag, Stuttgart
- [3] Lück, S.; Wilhelm, T. (2011): Modellierung physikalischer Vorgänge am Computer. Modellbildungssysteme als Unterstützung zum Verständnis physikalischer Strukturen - In: Unterricht Physik 22, Heft 122, S. 26 – 31

- [4] Schecker, H. (1985): Das Schülervorverständnis zur Mechanik, Eine Untersuchung in der Sekundarstufe II unter Einbeziehung historischer und wissenschaftlicher Aspekte, Dissertation, Universität Bremen
- [5] Bethge, T. (1992): Mechanik in der Sekundarstufe II - Ein Kurskonzept unter Nutzung von Software-Werkzeugen - In: Wiebel, K. H. (Hrsg.): Zur Didaktik der Physik und Chemie, Probleme und Perspektiven, Vorträge auf der Tagung für Didaktik der Physik/Chemie in Hamburg, GDCCP, Leuchtturm-Verlag, S. 152 – 154
- [6] Wilhelm, T. (2000): Der alte Fallkegel - modern behandelt - In: Praxis der Naturwissenschaften - Physik 49, Nr. 6, S. 28 – 31
- [7] Schecker, H. (1992): Computer als Werkzeuge im Physikunterricht - In: Wiebel, K. H. (Hrsg.): Zur Didaktik der Physik und Chemie, Probleme und Perspektiven, Vorträge auf der Tagung für Didaktik der Physik/Chemie in Hamburg, September 1991, Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik (GDCCP), Leuchtturm-Verlag, S. 149 – 151
- [8] Bossel, H. (1992): Modellbildung und Simulation. Konzepte, Verfahren und Modelle zum Verhalten dynamischer Systeme, Vieweg-Verlag, Braunschweig, Wiesbaden
- [9] Tinker, R. F. (1993): Modelling and Theory Building: Technology in Support of Student Theorizing – In: Ferguson, D. L. (Hrsg.): Advanced educational technologies for mathematics and science NATO ASI Series, Serie F: Computer and Systems Sciences, Vol. 107, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, S. 91 – 113
- [10] Sander, F. (2000): Verbindung von Theorie und Experiment im physikalischen Praktikum. Eine Empirische Untersuchung zum handlungsbezogenen Vorverständnis und dem Einsatz grafikorientierter Modellbildung im Praktikum, Logos-Verlag (Studien zum Physiklernen, Band 13), Berlin
- [11] <https://did-apps.physik.uni-wuerzburg.de/Newton-II/ueberNewton-II>
- [12] Ludwig, J.; Wilhelm, T. (2013): Mathematisches Modellieren mit Modells 4 - In: Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule 62, Nr. 2, S. 30 - 36
- [13] Wenzel, M. (2018): Computereinsatz in Schule und Schülerlabor. Einstellung von Physiklehrkräften zu Neuen Medien, Studien zum Physik- und Chemielernen, Band 251, Logos-Verlag, Berlin
- [14] Schecker, H.; Klieme, E.; Niedderer, H.; Ebach, J.; Gerdes, J. (1999): Physiklernen mit Modellbildungssystemen. Förderung physikalischer Kompetenz und systemischen Denkens durch computergestützte Modellbildungssysteme, Abschlussbericht zum DFG-Projekt, Institut für Didaktik der Physik an der Universität Bremen und Max-Planck-Institut für Bildungsforschung Berlin
- [15] Hassell, D. J. (1987): The roll of modelling activities in the humanities curriculum, with special reference to geography: an investigate study, Dissertation for Associateship for Education, London, King's College
- [16] Ossimitz, G. (1996): Können Schüler im Mathematikunterricht systemisch denken lernen? – In: Müller, K. P. (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht – Vorträge auf der 30. Bundestagung für Didaktik der Mathematik vom 4. bis 8. März 1996 in Regensburg, Franzbecker-Verlag, Hildesheim, S. 337 – 340
- [17] Zumann, J. P.; Weaver, S. L. (1988): Tools for teaching problem solving: An evaluation of a modelling and systems thinking approach, Paper presented at the 1988 Annual NARST Conference, Lake Ozark
- [18] Bliss, J.; Mellar, H.; Ogburn, J.; Nash, C. (1993): Tools for Exploratory Learning Programme - Technical Report 2 "Semi-Quantitative-Reasoning-Expressive", London, University of London, King's College
- [19] Klieme, E.; Maichle, U. (1994): Modellbildung und Simulation im Unterricht der Sekundarstufe I – Auswertung von Unterrichtsversuchen mit dem Modellbildungssystem MODUS, Institut für Bildungsforschung, Bonn
- [20] Schecker, H.; Niedderer, H. (1991): Über den Beitrag des Computereinsatzes zur Entwicklung physikalischer Kompetenz - In: Wiebel, K. H. (Hrsg.): Zur Didaktik der Physik und Chemie, Probleme und Perspektiven, Vorträge auf der Tagung für Didaktik der Physik/Chemie in Weingarten, September 1990, Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik (GDCCP), Leuchtturm-Verlag, S. 147 - 149
- [21] Schecker, H. (1998): Physiklernen mit Modellbildungssystemen - Forschungskonzeptionen - In: Behrendt, H. (Hrsg.): Zur Didaktik der Physik und Chemie, Probleme und Perspektiven, Vorträge auf der Tagung für Didaktik der Physik/Chemie in Potsdam, September 1997, Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik (GDCCP), Leuchtturm-Verlag, Alsbach, S. 230 – 232
- [22] Schecker, H.; Gerdes, J. (1999): Messung der Konzeptualisierungsfähigkeit in der Mechanik – Zur Aussagekraft des Force Concept Inventory – In: Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften 5, Heft 1, S. 75 – 89
- [23] Schecker, H.; Gerdes, J. (1998): Interviews über Experimente zu Bewegungsvorgängen – In: Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften 4, Heft 3, S. 61 – 74
- [24] Sander, F.; Schecker, H.; Niedderer, H. (2001): Wirkungen des Einsatzes grafikorientierter Modellbildung im physikalischen Praktikum – In: Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften 7, S. 147 – 165
- [25] Hucke, L.; Fischer, H. E. (1999): Die Verbindung von Theorie und Praxis in traditionellen und in computergestützten Praktikumsexperimenten. Fallstudien zur Effektivität des physikalischen Anfängerpraktikums - In: Brechel, R. (Hrsg.): Zur Didaktik der Physik und Chemie, Probleme und Perspektiven, Vorträge auf der Tagung für Didaktik der Physik/Chemie in Essen, GDCCP, Leuchtturm-Verlag, Alsbach, S. 250 – 252

# Geschmortes Nilferd, gekochte Kartoffeln und andere Köstlichkeiten: Näherungen für Diffusion und Wärmeleitung mit der Tabellenkalkulation

Florian Theilmann

## 1. Einleitung

In seiner Vorrede zu seinem bahnbrechenden Werk „Théorie analytique de la chaleur“ [1, 2] beschwört Joseph Fourier die grundlegende Bedeutung der Wärme: „Wärme durchdringt, ganz wie die Schwerkraft, alle Substanzen des Universums, und ihre Strahlen nehmen alle Teile des Raumes ein“. Das klingt statischer als es ist, denn ebendieses Universum ist voll von Zuständen verschiedener Temperatur, die offenbar bestrebt sind, sich an- bzw. auszugleichen. Analog ist es mit gasförmigen oder in Wasser gelösten Stoffen, bei denen es die unterschiedlichen Konzentrationen sind, die nach Ausgleich streben. Solche Ausgleichsvorgänge sind allgegenwärtig: vom Bett mit seiner „wärmenden“ Decke über das Sich-Verteilen von Milch oder Zucker im morgendlichen Kaffee oder dessen Abkühlen im Verlauf des Frühstücks, die Wahl der richtigen Kleidung, den Betrieb von Verbrennungsmotoren oder Kühlschränken, die Verbreitung von Gerüchen oder Feuchtigkeit bis hin zu Phänomenen des Wetters oder der Jahreszeiten – überall in Alltag oder der uns umgebenden Natur spielen sich Prozesse ab, die Temperatur- bzw. Konzentrationsunterschiede ausgleichen. Die wesentlichen Mechanismen sind dabei bekanntermaßen

- der Transport von Substanzen oder Wärme durch „Mitfahren“ (lat. *convectio*), also Mitgeführt-Werden in Strömungen,
- das Sich-Verteilen (lat. *diffusio*) von Stoffen bzw. Ausgleichsvorgänge von unterschiedlichen Temperaturen (lat. *conductio*; dieser Fall wird üblicherweise als „Wärmeleitung“ angesprochen) und
- – im Fall der Wärme – die Übertragung durch Strahlung.

Wir wollen uns hier auf den zweiten Fall konzentrieren, der wichtige Fälle wie die spontane Verteilung von Substanzen in Gasen oder Flüssigkeiten, die Erwärmung von festen Körpern oder die Übertragung von Wärme durch Kontakt von festen Körpern beinhaltet. Nach einem kurzen Blick auf die gängige Formalisierung von Diffusions- bzw. Wärmeleitungsvorgängen werden die Grundideen für eine näherungsweise Behandlung solcher Prozesse dargestellt und an deren Anwendung zunächst an klassischen Problemen vorgeführt. Der Ansatz wird dann so weiterentwickelt, dass sich auch Situationen, die sich in schultauglichen Experimenten darstellen lassen, beschrieben werden können.

Wesentliches Werkzeug ist in diesem Beitrag die Verwendung von Tabellenkalkulations-Software, die es nicht nur erlaubt,

die nötigen Berechnungen durchzuführen, sondern auch einen recht direkten Zugriff auf grafische Veranschaulichungen der Ergebnisse bietet. Verwendet wird dabei nur die elementare Funktionalität der jeweiligen Programme, die auch in anderen Kontexten erworben werden kann bzw. in anderen Kontexten anwendbar sein wird. Damit ist es auch nicht nötig, sich auf bestimmte Software-Lösungen festzulegen. Im Grunde können die hier gemachten Berechnungen auch auf einem Handy oder Tablet-Rechner nachvollzogen werden.

## 2. Wärmeleitung formalisieren

Die Grundidee einer Formalisierung von Wärmeleitungsvorgängen beruht auf einer Bilanzierung von Energieänderungen: Man betrachtet für ein bestimmtes Volumen eines Körpers alle Änderungen der inneren Energie  $U$ . Diese kann durch am Körper verrichtete Arbeit zunehmen, durch vom Körper verrichtete Arbeit abnehmen, durch Zufluss von Wärme in das betrachtete Volumen zunehmen und durch Abfluss von Wärme aus dem betrachteten Volumen abnehmen. Die Entstehung oder Vernichtung thermischer Energie bei chemischen Prozessen wird hier nicht betrachtet.

Die Wärme  $Q$  ist dabei nur die Energie, die zwischen zwei thermodynamischen Systemen allein aufgrund eines Temperaturunterschieds übertragen wird. Die entsprechenden Überschüsse oder Verluste schlagen sich als zeitliche Änderung der inneren Energie  $U$  im Volumen nieder:

$$\frac{d}{dt}U = \frac{\delta}{\delta t}W + \frac{\delta}{\delta t}Q$$

Für die Schule vereinfacht geschrieben, ergibt sich:

$$\Delta E_{\text{innere}} = W + Q$$

Damit ist gemeint, dass sich die innere Energie entweder durch Verrichten von mechanischer Arbeit  $W$  oder durch Zu- bzw. Abfuhr von Wärme  $Q$  ändert. Wir betrachten hier nur Vorgänge, bei denen keine Arbeit verrichtet wird ( $W = 0$ ), so dass gilt:

$$\frac{d}{dt}U = \frac{\delta}{\delta t}Q = \text{Zufluss von Wärme} + \text{Abfluss von Wärme}$$

Die linke Seite steht für die zeitliche Änderung der inneren Energie, die rechte Seite dieser Gleichung wird oft als "Wärmestrom" angesprochen – die zeitliche Änderung der

Wärme im Volumen entspricht also dem Überschuss oder Verlust aus Wärmezufuhr bzw. -abfuhr. Dabei setzen wir:

$$\Delta Q = c \cdot \Delta \vartheta \quad (1)$$

mit der spezifischen Wärmekapazität  $c$  des betrachteten Volumens als Proportionalitätskonstanten. Wir gehen dabei entweder von einem so kleinen Volumen aus, dass die Temperaturvariation innerhalb desselben vernachlässigbar ist, oder davon, dass sich  $\vartheta$  sinnvoll als mittlere Temperatur dieses Volumens ansprechen lässt.

Die Zu- und Abflussterme können aus verschiedenen Beiträgen bestehen, wenn das betrachtete Volumen mit verschiedenen anderen Körpern oder Volumina in Kontakt ist – die Einzelbeiträge repräsentieren dann jeweils den bilateralen Austausch. Alle Beiträge werden aufaddiert, die Verlustterme werden dabei aber für sich genommen jeweils ein negatives Vorzeichen haben. Zu- bzw. Abfluss ist dabei einerseits proportional zum jeweiligen Temperaturgradienten  $\Delta(\vartheta_i - \vartheta)/\Delta x_i$ , wobei  $\vartheta_i$  die Temperatur des austauschenden Körpers bzw. Volumens und  $\Delta x_i$  der Abstand zwischen betrachteten und dem austauschenden Volumen ist. Entsprechend der oben formulierten Konvention wird es sich dann bei  $\vartheta_i > \vartheta$  um eine Wärmezufuhr und bei  $\vartheta_i < \vartheta$  um eine Wärmeabfuhr handeln.

$$\frac{\delta}{\delta t} Q = \sum_i \lambda_i A_i \frac{\vartheta_i - \vartheta}{\Delta x_i} = \sum_i k_i (\vartheta_i - \vartheta) \quad (2)$$

wobei  $i$  wieder die Körper indiziert, mit denen das betrachtete Volumen in Kontakt ist, und der Koeffizient  $\lambda_i$  die für den jeweiligen Austausch relevante Wärmeleitfähigkeit beschreibt („Fouriers Gesetz“). Die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda_i$  hat dabei die Einheit „Joule pro Meter, Sekunde und Grad Temperaturunterschied“. In den Konstanten  $k_i$  werden dann alle Vorfaktoren zusammengefasst.

Die Formel (2) verknüpft den Wärmefluss mit den räumlichen Verhältnissen dieser Größen. Analog lassen sich Diffusionsvorgänge beschreiben, wenn statt der Temperatur die relative Konzentration bilanziert wird: Stoffströme aufgrund von Diffusion ergeben sich durch Konzentrationsgefälle, statt der Wärmeleitfähigkeit kommt eine „Diffusionskonstante“  $\lambda$  in den Blick. Es ergibt sich die sogenannte „Diffusionsgleichung“

$$\frac{\delta}{\delta t} n = \sum_i \lambda_i A_i \frac{n_i - n}{\Delta x_i} \quad (3)$$

wobei die  $\lambda_i$  die Einheit „pro Meter und Sekunde“ haben.

### 3. Diskrete Näherungsansätze

Als Lösungen der Wärmeleitungs- bzw. Diffusionsgleichung ergeben sich kontinuierliche Temperatur- oder Konzentrationsverteilungen  $V(t, x)$ , die sich im Allgemeinen zeitlich und räumlich ändern werden und dabei die gegebenen Randbedingungen erfüllen müssen. Wir kommen zu diskreten Näherungen solcher Verteilungen, wenn wir einerseits über geeignete Raumbereiche mitteln (diese also so behandeln,

als würde sich die Temperatur oder Konzentration innerhalb dieses Bereichs räumlich nicht ändern), andererseits den zeitlichen Verlauf nicht als kontinuierlich auffassen, sondern als Folge von Momentaufnahmen, zwischen denen nur kurze Zeitintervalle  $\Delta t$  liegen, so dass sich die räumlichen Verhältnisse zwischen zwei solchen Momentaufnahmen nur wenig ändern.

Diese Annahmen überführen das oben formulierte kontinuierliche Problem in ein diskretes Näherungsproblem, dessen Lösung nicht eine zeitlich und räumlich veränderliche Funktion ist, sondern ein Satz von Funktionswerten, die sich jeweils auf bestimmte Zeitpunkte (hier benannt als  $t_i$ ) und Raumbereiche (mit jeweiligen charakteristischen Koordinaten  $x_k$ ) beziehen. Im einfachsten Fall stellen wir die zeitliche Veränderung durch den Differenzenquotienten

$$\frac{1}{\Delta t} (V(t_{i+1}, x_k) - V(t_i, x_k)) \quad (4)$$

dar. Werten wir die rechte Seite von Gleichung (2) ebenfalls für  $t_i$  aus, erhalten wir einen „expliziten“ Ausdruck, der sich direkt nach  $V(t_{i+1}, x_k)$  auflösen lässt. Im Bild einer (zeitlichen) Folge von Verteilungswerten für die jeweiligen „Stützstellen“  $x_k$  ergibt sich so der jeweils in der Zeitentwicklung nächste Wert  $V(t_{i+1}, x_k)$  aus einem Term, der noch für den Moment  $t_i$  ausgewertet wird.

Dieses Vorgehen entspricht dem klassischen Euler-Verfahren zur näherungsweise Lösung von gewöhnlichen Differentialgleichungen. Dort ist

$$y' = f(y, t) \quad (5)$$

die zu lösende Gleichung. Mit  $y' \approx (y_{i+1} - y_i) / \Delta t$  und  $y_i = y(t_i)$  (also wieder dem  $i$ -ten Funktionswert in einer diskret und äquidistant gedachten zeitlichen Folge von Werten) ist dann

$$y_{i+1} = y_i + \Delta t \cdot f(y_i, t_i). \quad (6)$$

In einem einfachen Beispiel könnte  $y$  eine Ortskoordinate sein. Gleichung (5) beschreibt dann die Änderung des Ortes (linke Seite der Gleichung) in Abhängigkeit eines Terms, der seinerseits vom Ort  $y$  und der Zeit  $t$  abhängt (einer im Allgemeinen „variablen“ Geschwindigkeit). Die Näherung in Gleichung (6) lässt sich dann so deuten: Der neue Ort  $y_{i+1}$  ergibt sich aus dem alten Ort plus einer Bewegung, die für das kurze Zeitintervall  $\Delta t$  mit der konstanten Geschwindigkeit  $f(y_i, t_i)$  erfolgt.

### 4. Die Darstellung von Näherungslösungen eines Anfangswertproblems mit der Tabellenkalkulation

Solche Näherungsansätze lassen sich geradlinig mit Tabellenkalkulationen darstellen. Nehmen wir im Beispiel am Ende des vorherigen Abschnitts an, die Geschwindigkeit würde linear mit der Zeit zunehmen:

$$f(y_i, t_i) = v(t) = at \quad (7)$$

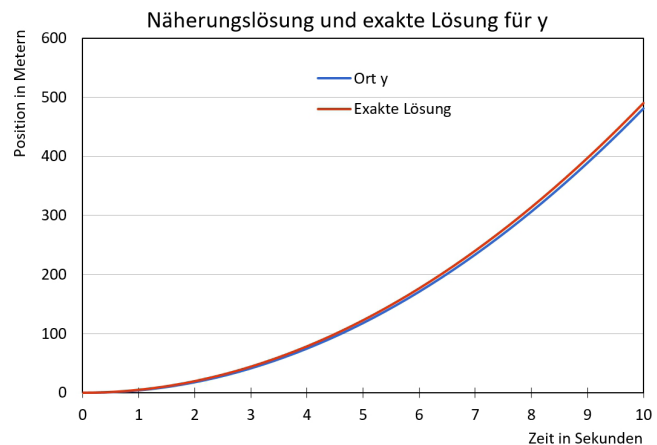
Offenbar ergibt sich  $y = a t^2/2$  (plus zusätzliche Terme  $v_0 t + y_0$  aus der Integration, die bei entsprechenden Anfangsbedingungen  $v(0) = 0$  und  $y(0) = 0$  verschwinden). Eine tabellarische Lösung würde Werte für  $\Delta t$ ,  $a$ ,  $t$ ,  $y(t)$  (mit entsprechendem Anfangswert) und  $v(t)$  (mit entsprechendem Anfangswert) vorsehen (Abbildung 1).

Die neuen Werte für Zeit, Geschwindigkeit und Ort sind dann  $t_{i+1} = t_i + \Delta t$ ,  $v(t_{i+1}) = a t_{i+1}$  und  $y_{i+1} = y_i + \Delta t \cdot v(t_i)$ . Zusätzlich können zum Vergleich noch Spalten mit der exakten Lösung und dem sich ergebenden Fehler der Näherung eingeführt werden:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	$\Delta t =$	0,2						
2	$a =$	9,81						
4		Zeit t	Geschwindigkeit v	Ort y	Exakte Lösung	Fehler (absolut)	Fehler (relativ)	
5		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		
6		0,2	2,0	=E5+D5*\$B\$1	0,2	0,2	100%	
7		0,4	3,9	0,4	0,8	0,4	50%	
8		0,6	5,9	1,2	1,8	0,6	33%	
9		0,8	7,8	2,4	3,1	0,8	25%	
10		1,0	9,8	3,9	4,9	1,0	20%	
11		1,2	11,8	5,9	7,1	1,2	17%	
12		1,4	13,7	8,2	9,6	1,4	14%	
13		1,6	15,7	11,0	12,6	1,6	13%	
14		1,8	17,7	14,1	15,9	1,8	11%	
15		2,0	19,6	17,7	19,6	2,0	10%	
16		2,2	21,6	21,6	23,7	2,2	9%	
17		2,4	23,5	25,9	28,3	2,4	8%	
18		2,6	25,5	30,6	33,2	2,6	8%	
19		2,8	27,5	35,7	38,5	2,7	7%	

**Abbildung 1:** Ausschnitt aus einer Tabelle, mit der eine Näherungslösung für Gleichung (5) (unter Verwendung von Gleichung (6)) berechnet werden soll. In den Felder B1 und B2 sind die Werte für den Zeitschritt und die Beschleunigung hinterlegt. Die Spalten C, D, und E enthalten die Zeitpunkte und die Folgen der Momentanwerte von  $y$  bzw.  $f(y, t)$ . Die Berechnung der jeweils nächsten Zeile ergibt sich aus  $t_{i+1} = t_i + \Delta t$ , der Gleichung (7) für  $y_{i+1}$  und der Auswertung von  $f(y_{i+1}, t_{i+1})$  [3].

Eine grafische Darstellung veranschaulicht die Entwicklung der Werte und die Qualität der Näherung (nach 12 Sekunden ist der relative Fehler kleiner als zwei Prozent):

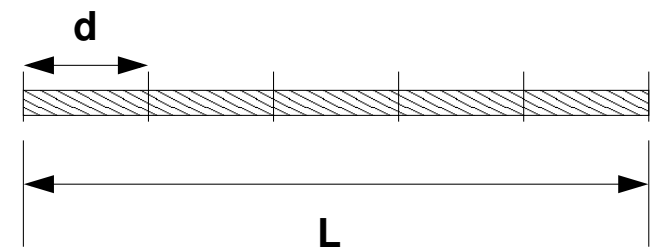


**Abbildung 2:** Eine in der Tabellenkalkulation erstellte Darstellung der Näherungslösung  $y_i$  (blau) im Vergleich mit der analytischen Lösung  $y(t_i) = a(t_i^2)/2$  (rot).

## 5. Ein klassisches Beispiel: Wärmeleitung durch einen Stab diskreter Näherung

Betrachten wir nun ein klassisches Beispiel aus dem Themenkreis der Wärmeleitung. Gegeben sei ein homogener Stab der Länge  $L$ , der an den beiden Endpunkten einerseits mit kochendem Wasser ( $\vartheta = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ ) und andererseits mit einem Eiswasserbad ( $\vartheta = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ ) in Kontakt ist. Der Stab selbst habe Zimmertemperatur ( $\vartheta = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ) und sei ansonsten gegen Temperatureinwirkungen von außen ausgezeichnet isoliert. Fourier leitete hier ab, dass sich entlang des Stabes ein linearer Temperaturverlauf (zwischen der niedrigen und der hohen Temperatur an den Endpunkten) einstellen wird: Eine stabile Temperaturverteilung ist dann erreicht, wenn in jedem Teilstück des Stabes gleich viel Wärme ab- und zufließt – was genau dann der Fall ist, wenn ein konstanter Temperaturgradient, insgesamt also eine lineare Temperaturverteilung vorliegt.

Für eine Näherungslösung unterteilen wir, wie oben schon entwickelt, den Stab in  $n$  Teilstücke, für die wir jeweils eine einheitliche Temperatur annehmen. Betrachtet wird der Wärmeaustausch zwischen den Teilstücken in einer Folge von Zeitpunkten  $t_i$ . Der Abstand zwischen zwei benachbarten Teilstücken ist folglich  $d = L/n$  (Abbildung 3).



**Abbildung 3:** Schematische Darstellung der Aufteilung des wärmeleitenden Stabes in  $n$  Teilstücke der Länge  $d = L/n$ .

In der Tabelle erfassen wir für jeden Zeitschritt die Temperaturen  $\vartheta_n$  für die einzelnen Teilstücke (Abb. 4). Für den Start der Berechnung werden diese einheitlich auf  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  gesetzt. Die zeitliche Änderung der Wärme im  $n$ -ten Teilstück durch den Wärmeaustausch mit den benachbarten Teilstücken ist dann nach Gleichung (2):

$$\frac{d}{dt} Q_n \approx k(\vartheta_{n+1}(t_i) - \vartheta_n(t_i)) + k(\vartheta_{n-1}(t_i) - \vartheta_n(t_i)) \quad (8)$$

Wieder ist hier  $k$  eine Konstante, in die der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  eingeht.

Außerdem gilt für die zeitliche Veränderung der inneren Energie des  $n$ -ten Teils nach (3):

$$\frac{d}{dt} Q_n = c(\vartheta_n(t_{i+1}) - \vartheta_n(t_i)) / (\Delta t) \quad (9)$$

mit der spezifischen Wärmekapazität  $c$ .

Ein Gleichsetzen der Gleichungen (8) und (9) und ein Auflösen nach  $\vartheta_n(t_{i+1}) = : \vartheta_{i+1,n}$  ergibt:

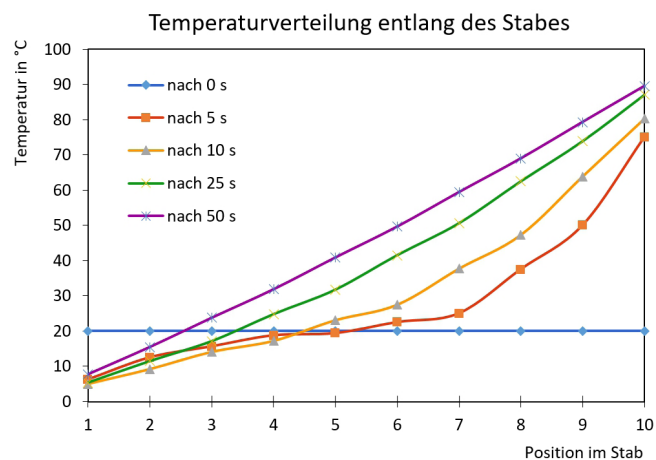
$$\vartheta_{i+1,n} = \vartheta_{i,n} + \frac{k \Delta t}{c} (\vartheta_{i,n+1} + \vartheta_{i,n-1} - 2\vartheta_{i,n}) \quad (10)$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	$\Delta t =$		1,0											
2	Vorfaktor =		0,5											
3														
4				Zeit t	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10
5				0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0
6				1	10,0	=F5+\$	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	60,0
7				2	10,0	15,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	40,0	60,0
8				3	7,5	15,0	17,5	20,0	20,0	20,0	20,0	30,0	40,0	70,0
9				4	7,5	12,5	17,5	18,8	20,0	20,0	25,0	30,0	50,0	70,0
10				5	6,3	12,5	15,6	18,8	19,4	22,5	25,0	37,5	50,0	75,0
11				6	6,3	10,9	15,6	17,5	20,6	22,2	30,0	37,5	56,3	75,0
12				7	5,5	10,9	14,2	18,1	19,8	25,3	29,8	43,1	56,3	78,1
13				8	5,5	9,8	14,5	17,0	21,7	24,8	34,2	43,0	60,6	78,1
14				9	4,9	10,0	13,4	18,1	20,9	28,0	33,9	47,4	60,6	80,3
15				10	5,0	9,2	14,1	17,2	23,0	27,4	37,7	47,3	63,9	80,3
16				11	4,6	9,5	13,2	18,6	22,3	30,4	37,4	50,8	63,8	81,9
17				12	4,8	8,9	14,0	17,7	24,5	29,8	40,6	50,6	66,4	81,9
18				13	4,4	9,4	13,3	19,3	23,8	32,5	40,2	53,5	66,2	83,2

**Abbildung 4:** Tabelle zur Berechnung einer Näherung für die Zeitentwicklung der Temperaturverteilung innerhalb des Stabes. In der obersten Zeile steht exemplarisch die Definition der Temperatur  $\vartheta_{2,0}$  aus den Werten der vorherigen Zeile, wie sie in Gleichung (10) angegeben ist [4].

Für den linken Rand ( $n = 1$ ) gilt dabei generell  $\vartheta_{i,0} = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ , für den rechten Rand (in unserem Beispiel  $n = 9$ ) entsprechend generell  $\vartheta_{i,10} = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ . Dieser Ausdruck wird nun verwendet, um die Temperaturwerte des nächsten Zeitschritts zu definieren – an den sich dann der übernächste und überübernächste anschließen lässt...

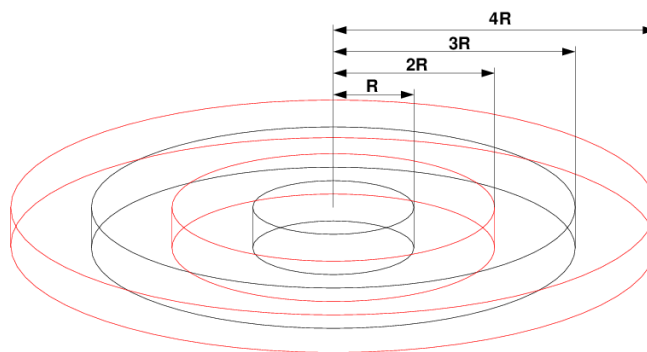
Die Abbildung 5 zeigt die sich ergebenden Temperaturverteilungen für  $i = 0, 10, 20, \dots, 50$ . Es ist gut zu sehen, wie sich die Verteilungen immer mehr der linearen Endverteilung annähern. Die stärksten Veränderungen zeigen sich an den Rändern, wo die Werte bereits für  $i = 10$  recht nah am stationären Wert liegen. Insgesamt stellt sich – wie immer bei Ausgleichsvorgängen, die von den sich verkleinernden Differenzen zwischen benachbarten Werten “angetrieben” werden, erfolgt die Annäherung an den stationären Endzustand asymptotisch.



**Abbildung 5:** Eine in der Tabellenkalkulation erstellte Darstellung der näherungsweise Temperaturverteilung für die Zeitschritte  $t = 0$  (waagrechte Linie) und 5, 10, 25 bzw. 50. Die Zeitentwicklung nähert sich asymptotisch einer linearen Verteilung zwischen  $\vartheta = 0 \text{ }^\circ\text{C}$  und  $\vartheta = 100 \text{ }^\circ\text{C}$  an.

### 6. Zweidimensionale Diffusion

Ein typisches Experiment für Diffusion ist die Verteilung eines Tropfens Tinte oder Lebensmittelfarbe in einem flachen Becken oder Teller. Hier bildet sich (bei Verwendung kalten Wassers) an der Eintropfstelle ein relativ stabiler „Hof“, also ein räumlich relativ begrenztes Gebiet mit stärkerer Färbung, während zugleich eine um sich greifende schwache Färbung des Wassers zu beobachten ist. Für eine Modellierung bietet es sich an, die Radialsymmetrie des Problems auszunutzen: Idealerweise wird sich ein Farbtropfen gleichmäßig in alle Richtungen ausbreiten, man kann also die Entwicklung der Konzentration ausgehend von einem kleinen zentralen Kreis in einem System konzentrischer Ringe betrachten, das wie eine Zielscheibe aufgebaut ist, in deren Mitte der Farbtropfen eingetropfert wird. Weil die Wasserschicht dennoch eine gewisse Dicke (oder „Höhe“) hat, wird der Diffusionsvorgang also als Austausch zwischen einem zentralen Zylinder und zu diesem konzentrisch angeordneten Zylinderringen behandelt (Abb. 6).



**Abbildung 6:** Radialsymmetrische und äquidistante Aufteilung eines flachen Volumens zur Näherungsrechnung einer zweidimensionalen Diffusion. Es ergeben sich ein innerer Zylinder und – darum herum – eine Folge von konzentrischen Zylinderringen.

Hier ergeben sich nun einige zu beachtende neue Punkte. Die Teilvolumina sind zwar äquidistant, haben aber untereinander jeweils verschiedene Kontaktflächen und auch selbst jeweils verschiedenen Inhalt. Die Mantelfläche  $A$  eines Zylinders ist

proportional zum Kreisumfang  $U = 2\pi R$  der Grundfläche. Ist  $A_{01}$  die Mantelfläche des „Kernzylinders“ (und damit die Kontaktfläche zum ersten Ring), ist folglich die Kontaktfläche zwischen erstem und zweitem Ring  $A_{12} = 2A_{01}$ , die zwischen zweitem und dritten Ring  $A_{23} = 3A_{01}$  etc. Analog sei  $V_0 = \pi R^2 h$  das Volumen des Kernzylinders. Das Volumen des ersten Rings ist dann  $V_1 = \pi(2R)^2 h - \pi R^2 h = 3\pi R^2 h = 3V_0$ ,  $V_2 = 5V_0$  etc.

Der Substanztausch zwischen zwei benachbarten Teilvolumina wird proportional zum Konzentrationsunterschied sein, außerdem aber auch proportional zur jeweiligen Kontaktfläche. Der jeweilige absolute Verlust oder Gewinn an der betrachteten Substanz muss dann auf das jeweilige Teilvolumen normiert werden, um die jeweils neue Konzentration zu ermitteln. Gleichung (8) sieht hier damit im Prinzip so aus:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} C_n &\approx (C_n(t_{i+1}) - C_n(t_i)) / \Delta t \\ &= k \frac{A_{n+1,n}}{V_n} (C_{n+1}(t_i) - C_n(t_i)) + k \frac{A_{n-1,n}}{V_n} (C_{n-1}(t_i) - C_n(t_i)) \end{aligned} \quad (11)$$

Hier sind wieder  $t_i$  die Zeitpunkte, zu denen ausgewertet wird und  $C_n$  die Konzentrationen im jeweils  $n$ -ten Teilvolumen. Kernzylinder und Außenring haben allerdings jeweils nur einen Austauschterm – sie haben nur mit dem ersten bzw. vorletzten Ring Kontakt.

Die Abbildung 7 zeigt die Implementierung in der Tabelle. In der obersten Zeile steht die Definition des dritten Zeitschritts im zweiten Ring (Tabellenelement G5, blau markiert) analog zu Gleichung (11) und Abbildung 4. Die Differenzterme (F4 - G4) und (H4 - G4) (beide gehören zum vorherigen Auswertzeitpunkt  $t = 3$ ) sind jeweils mit Faktoren 2 und 3

gewichtet, um die unterschiedlichen Austauschflächen zu berücksichtigen. Der gesamte Bilanzterm wird durch 5 geteilt, weil der zweite Zylinderring 5-mal mehr Volumen hat als der Kernzylinder. Alle sonstigen physikalischen Parameter wie geometrische und zeitliche Dimensionen, Diffusionskoeffizient etc. stecken in dem Wert für den „Vorfaktor“ B6 und der „elementaren Kontaktfläche“ B8.

Die Abbildung 8 zeigt radiale Konzentrationsverläufe für die Zeitschritte  $t = 0, 10, 20, 30, 40$  und  $50$  und Bilder eines entsprechenden Experiments. Wir sehen die typische Entwicklung eines Sich-Verbreiterns der stark lokalisierten Anfangsverteilung, das im zweidimensionalen Fall im Wesentlichen der Funktion

$$f(r, \tau) = \frac{A}{4\pi a \tau} \exp(-r^2/4a\tau) \quad (12)$$

(mit geeignetem Skalierungsfaktoren  $A$  und  $a$ ) folgt.

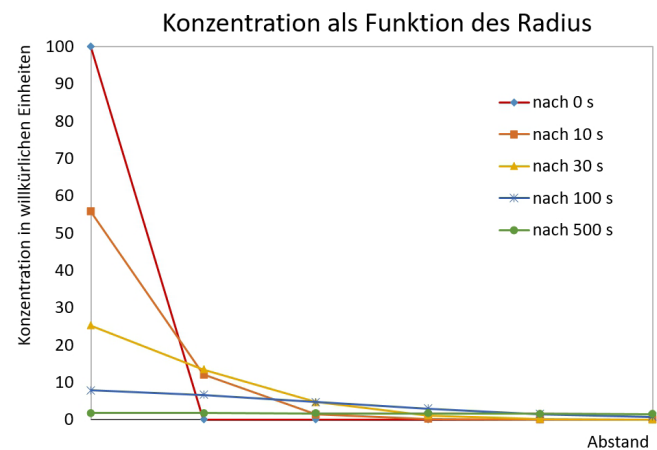
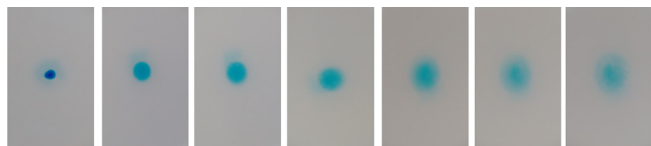


Abbildung 8: Entwicklung der Konzentration als Funktion des Radius für die Zeitstufen  $t = 0, 10, 20, 30, 40$  und  $50$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1				Zeit t	Kern	Ring 1	Ring 2	Ring 3	Ring 4	Ring 5
2				0	100,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
3				1	93,7	2,1	0,0	0,0	0,0	0,0
4	Δt =	1		2	88,0	3,9	0,1	0,0	0,0	0,0
5	Abstand d0 =	1		3	82,7	5,5	=G4+\$	0,0	0,0	0,0
6	Vorfaktor =	0,1		4	77,8	6,9	0,3	0,0	0,0	0,0
7				5	73,4	8,1	0,4	0,0	0,0	0,0
8	Kontaktfläche_01=	0,628		6	69,3	9,2	0,6	0,0	0,0	0,0
9				7	65,5	10,1	0,8	0,0	0,0	0,0
10				8	62,0	10,8	1,0	0,1	0,0	0,0
11				9	58,8	11,5	1,2	0,1	0,0	0,0
12				10	55,8	12,1	1,4	0,1	0,0	0,0
13				11	53,1	12,5	1,7	0,1	0,0	0,0
14				12	50,5	12,9	1,9	0,2	0,0	0,0
15				13	48,2	13,2	2,1	0,2	0,0	0,0
16				14	46,0	13,5	2,3	0,3	0,0	0,0

Abbildung 7: Ausschnitt aus der Tabelle zur Näherungsrechnung der zweidimensionalen Diffusion. Die oberste Zeile zeigt exemplarisch die Berechnung der Konzentration  $C_{2,i+p}$ , bei der die jeweiligen Austauschflächen und Volumina berücksichtigt werden, vgl. Text und [5].



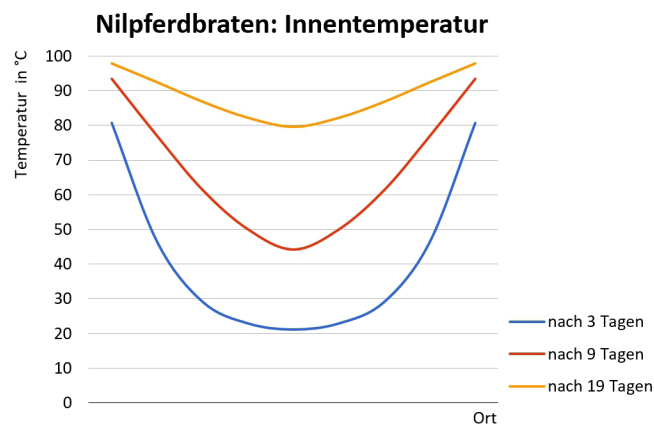
**Abbildung 9:** Die Fotos zeigen die Diffusion eines Farbstoffs in zimmerwarmen Wasser (von links nach rechts) kurz nach dem Eintropfen und nach 6, 11, 17, 33, 39, 46 und 60 Minuten (eigene Erstellung).

bzw. Wärmekapazität tabelliert. Die Berechnung der Zeitentwicklung folgt dann dem Muster der obigen Beispiele.

Die Abbildung 11 zeigt die Ergebnisse für eine Schmordauer von 3 Tagen (72 h), 9 Tagen und 19 Tagen. Erst nach ca. 12 Tagen steigt die Kerntemperatur über 60 °C, die für einen Braten wünschenswerten 80 °C werden im Kern tatsächlich erst nach ca. zweieinhalb Wochen erreicht. Diese Ergebnisse stimmen auch recht gut mit der in [6] angegebenen analytischen Lösung überein.

## 7. Nilpferd in Rotweinsauce und Kartoffelkochen

Rainer Müller entwickelt in [6] die Thematik „Erwärmung von Kochgut“ an einem Nonsens-Rezept, das auf den deutschen Komiker Loriot zurückgeht: Wie lange würde es dauern, eine Fleischkugel mit 1 Meter Durchmesser durch Schmoren zu garen?<sup>1</sup> Mit den Überlegungen des vorherigen Abschnitts können wir eine Näherungslösung konstruieren – die Kugel wird dafür gedanklich in eine kleine Kernkugel und um diese herum angeordnete, immer größer werdenden Kugelschalen zerlegt. Jedes dieser Teilvolumina hat entsprechende Austauschflächen und Volumeninhalte bzw. Wärmekapazitäten. Die Außenschicht steht im Austausch mit dem Kochsud und der nächstinneren Schicht, der Kern lediglich mit der ihn umgebenden Kugelschale.



**Abbildung 11:** Temperaturschnitte aus der Tabelle in Abbildung 9 für die Erwärmung des Nilpferdbratens nach einer Schmordauer von 3, 9 bzw. 19 Tagen...

Abbildung 10 zeigt die Implementierung als Tabelle. Die Spalten bilden den Schnitt durch den Braten ab (Kern und vier Schalen, jeweils von außen nach innen und dann wieder von innen nach außen). Oberhalb der Tabelle für die Temperaturen sind für jedes Teilvolumen Austauschflächen und Teilvolumen

Eine unterrichtstaugliche Variante dieser Überlegungen könnte das Kochen einer großen Kartoffel sein. Abbildung 12 zeigt einen Versuch dazu. Die Wassertemperatur war ca. 98 °C, die

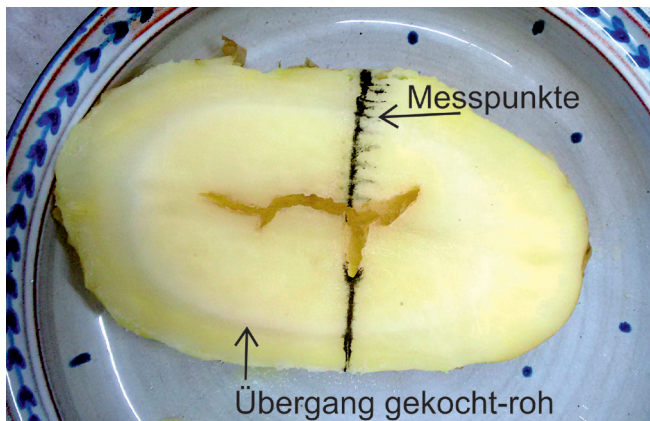
=G14+\$B\$7*\$B\$9/\$B\$3/G\$5*(F\$3*(F14-G14)+G\$3*(H14-G14))														
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	
1						<b>Außen</b>	<b>Schicht 3</b>	<b>Schicht 2</b>	<b>Schicht 1</b>	<b>Kern</b>	<b>Schicht 1</b>	<b>Schicht 2</b>	<b>Schicht 3</b>	<b>Außen</b>
2	Radius =	1		<b>Radius</b>	0,9	0,7	0,5	0,3	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	
3	Δr =	0,2		<b>Innenfläche</b>	8,0	4,5	2,0	0,5	0,0	0,5	2,0	4,5	8,0	
4				<b>Schichtvolumen</b>	2,0	1,2	0,6	0,2	0,0	0,2	0,6	1,2	2,0	
5	Dichte =	1000		<b>Schichtkapazität</b>	7.154.454	4.339.587	2.228.436	821.003	117.286	821.003	2.228.436	4.339.587	7.154.454	
6	Wärmekapazität =	3500												
7	Wärmeleitung =	0,45												
8														
9	Zeitkonstante =	3600		<b>Zeit</b>										
10	Außenfläche =	12,57		0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	
11	Außentemperatur =	100		1	22,3	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	22,3	
12				2	24,5	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	24,5	
13				3	26,6	20,1	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,1	26,6	
14				4	28,6	20,2	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,2	28,6	
15				5	30,6	20,3	=G14+\$B\$	20,0	20,0	20,0	20,0	20,3	30,6	
16				6	32,4	20,5	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,5	32,4	
17				7	34,3	20,6	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,6	34,3	
18				8	36,0	20,8	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,8	36,0	
19				9	37,7	21,1	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	21,1	37,7	
20				10	39,3	21,3	20,1	20,0	20,0	20,0	20,1	21,3	39,3	

**Abbildung 10:** Ausschnitt aus der Tabelle zur Näherungsrechnung der Erwärmung einer großen Fleischkugel, vgl. Text. Die oberste Zeile zeigt exemplarisch die Berechnung der Temperatur  $\vartheta_{z,t+\Delta t}$  bei der die jeweiligen Austauschflächen und Volumina (bzw. Wärmekapazitäten) berücksichtigt werden.

<sup>1</sup> Für Wärmekapazitäten und Wärmeleitfähigkeiten von Lebensmitteln siehe [7] und [8]



Kartoffel war im Kühlschrank gelagert und hatte anfangs 11 °C. Die Knolle wurde nach etwa 25 Minuten aufgeschnitten und ein Temperaturprofil (mit Messpunkten im Abstand von 5 mm) wurde gemessen:



**Abbildung 12:** Schnitt durch eine halb gegarte große Kartoffel nach 25 Minuten Kochzeit. Angezeichnet sind die Messstellen zur Temperaturmessung. Deutlich sichtbar ist der Übergang zwischen rohen und gegarten Zustand bei ca. 55 °C.

**Tabelle 1:** Gemessene Temperaturen nach 25 Minuten Garzeit in verschiedenen Tiefen unter der Kartoffeloberfläche. Die Temperatur nimmt ins Innere der Kartoffel noch deutlich ab!

Tiefe / mm	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5
Temperatur / °C	66	62	58	50	42	38	34	33

Zwischen drittem und viertem Messpunkt verläuft in der Kartoffel eine weißliche Grenzschicht, die mit einem Temperaturniveau von etwa 55 °C korrespondiert. Außerhalb ist die Knolle gar, innerhalb noch roh. Die Messung selbst erfolgt durch leichtes Einstechen mit dem Stift eines elektronischen Küchenthermometers. Die feuchte Außenseite und die Schnittfläche kühlt dabei relativ schnell ab, so dass „wahre Werte“ noch etwas höher liegen werden. Die Temperaturverteilung ist analog zum Stand des

Nilferdbratens nach 9 Tagen Schmorzeit: Der Kern ist noch nicht auf Gartemperatur, nach Innen gibt es einen deutlichen Temperaturgradienten. Der Querschnitt der Kartoffel ist dabei stark elliptisch – eine realistische Näherungslösung würde hier noch komplizierter, ließe sich aber mit den hier beschriebenen Methoden durchaus durchführen.

## 8. Zusammenfassung und Ausblick

Das explizite Euler-Verfahren hat sich zur Lösung mechanischer Probleme in authentischen oder Alltagskontexten bewährt [9, 10]. Die gleiche Idee lässt sich auch auf Wärmeleitungs- und Diffusionsvorgänge anwenden, wobei für die Formulierung der entsprechenden Ausdrücke nur elementare Mathematik nötig ist. Mit relativ groben Näherungen und mit Verwendung einfacher Funktionalität aus Tabellenkalkulationen lassen sich so eindimensionale oder strikt radialsymmetrische Problem durchaus realistisch behandeln. Der Alltag bietet hier weitere Anknüpfungspunkte: Wärmedurchgang oder -verlust durch Mauern, diverse Szenarien des Kochens und Bratens, die Erwärmung des Erdbodens im Tageslauf oder der Wärmehaushalt von Menschen unter dem Einfluss von Kleidung, Decken oder Schlafsäcken ...

Die Auseinandersetzung mit solchen Problemen bietet Anknüpfungspunkte für exploratives Arbeiten, Gelegenheit zur Vertiefung, aber auch zum selbstständigen Formulieren theoretischer Zusammenhänge und ein sinnhaftes Übungsfeld für den Umgang mit Computern und tabellarischen bzw. grafischen Darstellungsformen von Daten. Physikalisches Denken erscheint hier nicht auf eine statische Systematik hingerrichtet, sondern arbeitet mit Werkzeugen der Mathematik und Informatik an ebenso kreativen wie pragmatischen, aussagekräftigen Lösungen.

Prof. Dr. Florian Theilmann *Pädagogische Hochschule Weingarten*

## Literatur

- [1] Fourier, J. (1822): *Théorie analytique de la chaleur*. Paris. Verfügbar unter (Aufruf 11.8.18): [https://archive.org/stream/bub\\_gb\\_TDQJAAAAIAAJ#page/n7](https://archive.org/stream/bub_gb_TDQJAAAAIAAJ#page/n7)
- [2] Fourier, J. (1822/1878): *The analytical theory of heat*. Cambridge, University Press. Verfügbar unter (Aufruf 11.9.18): <https://www3.nd.edu/~powers/ame.20231/fourier1878.pdf>
- [3] Die Tabelle ist einsehbar unter <https://tinyurl.com/y9vfgdrs>
- [4] Die Tabelle ist einsehbar unter <https://tinyurl.com/y9eep5au>
- [5] Die Tabelle ist einsehbar unter <https://tinyurl.com/yd24eyw9>
- [6] Müller, R. (2013): *Thermodynamik – Vom Tautropfen zum Solarkraftwerk*. Boston/Berlin: De Gruyter
- [7] Schädlich, Sylvia (2018): *Taschenbuch Kälte, Wärme, Klima*. Berlin: VDE Verlag.
- [8] Kostaropoulos, A. E., Spieß, W. E. L., Wolf, W. (1975): Anhaltswerte für die Temperaturleitfähigkeit von Lebensmitteln. *Lebensmittel-Wissenschaft und Technologie*, 8, S. 108-110. Verfügbar unter (Zugriff 11.8.18): <https://tinyurl.com/y8eghvc9>
- [9] Das "Verfahren der kleinen Schritte" im bayerischen Lehrplan: [http://www.isb-gym8-lehrplan.de/content/serv/3.1.neu/g8.de/data/media/\\_shared/Linkebene\\_Ph\\_10//Unterrichtskonzept%20Kleine%20Schritte.pdf](http://www.isb-gym8-lehrplan.de/content/serv/3.1.neu/g8.de/data/media/_shared/Linkebene_Ph_10//Unterrichtskonzept%20Kleine%20Schritte.pdf)
- [10] Theilmann, F. (2015): Exploring the aerodynamic drag of a moving cyclist. *Physics Education* 15/1, S. 1-12.

# Vergleich von modellierten Daten mit Videoanalysedaten mit verschiedener Software

Jannis Weber & Thomas Wilhelm

## 1. Motivation

Dadurch, dass die Programme zur mathematischen Modellbildung dem Nutzer bzw. der Nutzerin die nötige Mathematik abnehmen, ist ein großer Bereich an Phänomenen im Unterricht behandelbar [1]. Dabei erhalten die Schülerinnen und Schüler unmittelbar Rückmeldung über den Einfluss einer bestimmten Größe. Dies ermöglicht eine intensivere Auseinandersetzung mit einer Bewegung, als dies beim Betrachten von Diagrammen in einem Buch möglich wäre. Schülerinnen und Schüler erkennen beispielsweise direkt, ob die Vorzeichen richtig gewählt und Zusammenhänge korrekt modelliert wurden, wobei grundlegende physikalische Zusammenhänge betont werden [1].

Dennoch ist eine so erfolgte Modellierung nur bedingt auf Realitätsnähe überprüfbar. Beim Phänomen der Reibung ist nur eine grobe Schätzung der Größen möglich, da ein unmittelbarer Vergleich mit der Realität fehlt. Dieser Vergleich kann durch die Videoanalyse erfolgen, welche es sogar ermöglicht, quantitative Aussagen über einen Bewegungsablauf zu treffen [2]. Die Videoanalyse von Bewegungen ist ein einfaches und kontaktfreies Messverfahren für Abläufe aus der Mechanik und ermöglicht den Lernenden einen Einblick in den realen Ablauf einer Bewegung.

Neben der Überprüfung der Modellierungsgüte bringt die Kombination von mathematischer Modellbildung und Videoanalysedaten einen stetigen Wechsel zwischen Theorie- und Experimentierebene mit sich [3]. Dadurch können die Lernenden einen wichtigen Einblick in wissenschaftliche Vorgehensweisen bekommen und die oft vorherrschende naive Sicht auf die Erkenntnisgewinnung in der Physik kann diskutiert und hinterfragt werden [4]. Diese Notwendigkeit wird durch die immer größer werdenden Forderungen nach einer intensiven Auseinandersetzung mit der Natur der Naturwissenschaften deutlich, die in einem positiven Zusammenhang mit dem fachspezifischen Selbstkonzept steht [5]. Besonders vielversprechend ist der Ansatz, da die Messwerte und die Modelldaten heute in einem Diagramm oder sogar einem Video verglichen werden können und nicht auf zwei getrennte Graphen zurückgegriffen werden muss, da dies zu einem nur oberflächlichen Vergleich führt und das Potential der Kombination von Modellbildung mit Realdaten somit nicht ausgeschöpft werden kann [6].

Wie die Kombination beider Methoden gewinnbringend im Unterricht eingesetzt werden kann, wird folgend erläutert. Da die Qualität der beiden Methoden maßgeblich von der Wahl

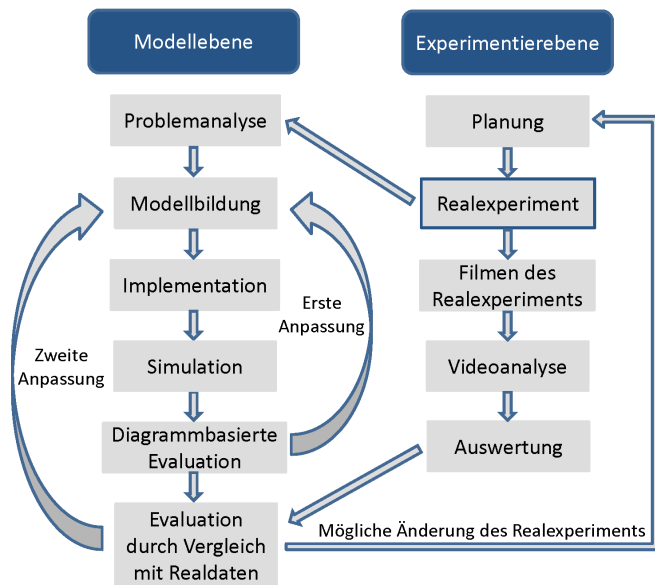
der Programme abhängt, werden Tracker [7, 8], Coach 6 Studio MV [9] und die Kombination von measure dynamics [10] mit Newton-II [11, 12] miteinander verglichen und bewertet, indem drei Beispiele unter Nutzung der verschiedenen Programme (Tab. 1) vorgestellt werden (aus [13]).

**Tabelle 1:** Übersicht über die im Artikel vorgestellten Programme

	Tracker	Newton-II	measure dynamics	Coach 6 Studio MV
Art der Eingabe	gleichungsbasiert	gleichungsbasiert	-	graphisch
Betriebssysteme	Windows, MacOS, Linux	Windows, MacOS, Linux	Windows	Windows
Modellbildung	Ja	Ja	Nein	Ja
Videoanalyse	Ja	Nein	Ja	Ja
Kosten	Freeware	Freeware	209,44 € (Einzel- lizenz)	3,95 € (Einzel- lizenz)

Für jedes unten vorgestellte Beispiel wurde zunächst ein interessantes Realexperiment aufgebaut und durchgeführt. Daraufhin wurden Hypothesen über die wirkenden Kräfte aufgestellt und diese in dem Modellbildungsprogramm eingegeben. Nach Berechnung der Bewegung durch das Programm erhält man bereits anhand des Diagramms eine Rückmeldung grundlegender Fehler in der Modellierung. Diese kann dann so weit verbessert werden, bis die modellierte Bewegung in ihrer Struktur sinnvoll erscheint. Nach filmen und analysieren des Ablaufs und dem Vergleich der Messdaten mit dem Modell kann eine zweite Anpassung der Gleichungen geschehen. Daraufhin sollten das Modell und die reale Bewegung gut übereinstimmen, wobei man den Modellierungskreislauf bereits mehrfach durchlaufen hat.

In manchen Fällen zeigt aber erst eine Variation der Einflussgrößen und eine erneute Modellierung, ob die Grundstruktur des Modells tragfähig ist. So kann ein überschätzter Luftwiderstandsbeiwert in Kombination mit einem unterschätzten Rollreibungskoeffizienten ein gutes Ergebnis liefern. Diesen Fehler wird man aber erkennen, wenn man den gleichen Ablauf mit einem Objekt höherer Masse wiederholt. Daraufhin erfolgt die dritte Anpassung der Modellierung. Das führt insgesamt zu einem Prozess, wie er in Abbildung 1 dargestellt wird.



**Abbildung 1:** Modellierungskreislauf nach [4] ergänzt durch Videoanalyse

Innerhalb eines solchen Modellierungsprozesses müssen Schülerinnen und Schüler also mehrfach ihre Hypothesen überprüfen und anpassen. Zudem ist ein Wechsel zwischen Theorie- und Experimentierebene gegeben, da das an das Experiment angepasste Modell ein weiteres Mal durch ein Experiment überprüft werden soll. Den Lernenden soll damit ermöglicht werden, sich durch das Durchlaufen der oben dargestellten Prozesse intensiv mit der Planung und Durchführung des Experiments auf der einen Seite und mit der Bewegung, ihrer physikalischen Grundstruktur und den angreifenden Kräften auf der anderen Seite zu beschäftigen. Dabei soll deutlich werden, dass die sog. Newton-Maschine in realen Bewegungen des Alltags Anwendung findet. Es muss aber darauf geachtet werden, dass die Nutzung der Programme und die damit entstehenden technischen Schwierigkeiten die Auseinandersetzung mit dem Problem auf fachlicher Ebene nicht überschatten. Aufgrund dessen sollte bei den eingesetzten Programmen auf eine intuitive Bedienung geachtet werden.

## 2. Beispiele

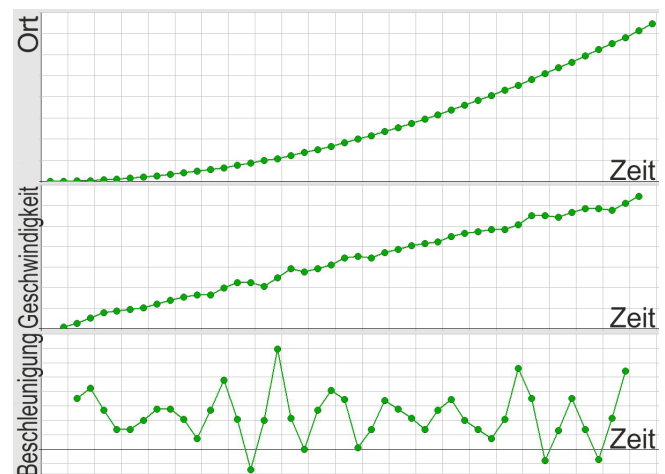
Folgend sollen einige Beispiele vorgestellt werden, anhand derer der Ablauf bei der Kombination von modellierten Daten mit Videoanalysedaten deutlich wird. Dabei wird exemplarisch eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung, ein Stoßprozess und eine Schwingung dargestellt.

Zu Beginn einer Unterrichtssequenz lässt sich mithilfe der beschriebenen Methode zunächst gut die Grundstruktur der Newton'schen Mechanik an einfachen Versuchen (freier Fall o. ä.) thematisieren, wobei im weiteren Verlauf auf komplexere, reale Bewegungsprobleme zurückgegriffen werden sollte, in denen Reibungseinflüsse oder andere Kräfte eine Rolle spielen, da sich einige der Vorteile der mathematischen Modellbildung erst dann zeigen.

### 2.1 Beschleunigter Wagen in Newton-II und measure dynamics

Um modellierte Daten mit Videoanalysedaten zu vergleichen, gibt es verschiedene Möglichkeiten. Die erste, die beleuchtet werden soll, ist die Kombination aus den Programmen Newton-II für die mathematische Modellbildung und measure dynamics für die Videoanalyse. Der unmittelbar erkennbare Nachteil dieser Kombination liegt in der Notwendigkeit von zwei verschiedenen Programmen. Die Programme wurden dennoch gewählt, da sie in ihrer jeweiligen Anwendung bewährt und sehr benutzerfreundlich sind.

Betrachtet wird ein Wagen, der durch ein Zuggewicht beschleunigt wird. Dazu ist am Ende einer Fahrbahn eine Umlenkrolle befestigt und ein Faden geht vom Wagen über die Umlenkrolle zu einer hängenden Zugmasse. Für die Videoanalyse muss zunächst das Video in measure dynamics eingelesen und nach Einstellung eines Koordinatensystems, des zu verfolgenden Punktes, eines Maßstabs und der Bildrate (falls das Programm diese nicht automatisch erkennt) die automatische Analyse durchgeführt werden. Bei der Videoanalyse gibt es noch verschiedene Einstellungsmöglichkeiten, wobei die Standardeinstellungen im Normalfall gute Ergebnisse liefern. Falls die automatische Analyse dennoch nicht klappen sollte, gibt es auch immer die Möglichkeit, eine manuelle Analyse durch Klicken auf das Objekt in jedem Frame durchzuführen. Die Ergebnisse können dann zunächst in Diagrammen betrachtet werden (Abb. 2) oder anhand von Pfeilen, die im Video am Wagen angeheftet werden [14]. Dafür werden von dem Programm aus den Ortswerten Werte für die Geschwindigkeit und die Beschleunigung errechnet. Wenn die Videoanalyse zufriedenstellend abgelaufen ist, können die Daten über eine csv-Datei exportiert werden.



**Abbildung 2:** Videoanalyse des beschleunigten Wagens in measure dynamics

Die mathematische Modellbildung findet in Newton-II statt, in dem die Videoanalysedaten als Vergleichswerte eingelesen werden können. Diese können als Vorlage für die Modellbildung dienen oder auch erst danach eingelesen werden und als Kontrolle der erfolgten Modellierung genutzt werden.

Bei Modellierung der Kräfte ist es sinnvoll, mit der Grobstruktur der angreifenden Kräfte zu beginnen und diese dann zu verfeinern, bis die modellierte Bewegung der gemessenen entspricht. Hier bietet es sich an, die Bewegung zunächst nur mit der Zugkraft zu modellieren und dann die Rollreibung zu ergänzen. Dadurch lassen sich ausreichend gute Ergebnisse erzielen. Da die Geschwindigkeiten klein sind, spielt die Luftreibung keine große Rolle.

Damit das Modell auch bei einer anderen Zugmasse erfolgreich eingesetzt werden kann, kann man noch die Reibung in der Umlenkrolle berücksichtigen. Dabei würde es genügen, sich zu überlegen, zu welcher Masse diese proportional ist. Zunächst wird angenommen, dass die Seilkräfte vor und hinter der Rolle gleich groß sind, was bei geringem Trägheits- und Reibungsmoment zulässig ist. Die Größe der Seilkraft ist die Beschleunigung des Systems multipliziert mit der Masse des Wagens. Die Beschleunigung des Systems ist wiederum ergibt sich aus der Zugmasse und der Erdbeschleunigung dividiert durch die Masse des Gesamtsystems.

$$F_S = m_{Wagen} \cdot a = \frac{m_{Wagen} \cdot m_{Zugmasse} \cdot g}{m_{ges}} \quad (1)$$

Damit sehen die angreifenden Kräfte insgesamt wie folgt aus:

$$F = m_{Zugmasse} \cdot g - \mu \cdot m_{Wagen} \cdot g - e \cdot \frac{m_{Wagen} \cdot m_{Zugmasse} \cdot g}{m_{ges}} - c \cdot v^2 \quad (2)$$

Der Faktor  $e$  fasst dabei diverse Proportionalitätsfaktoren zusammen und  $c$  steht für

$$c = \frac{1}{2} A \cdot c_W \cdot \rho_{Luft} \quad (3)$$

Nach Eingabe der wirkenden Kräfte und der Anfangsbedingungen (Abb. 3) kann in dem daneben befindlichen Diagramm unmittelbar überprüft werden, ob die modellierten Daten (rote Linie) mit den gemessenen (grüne Punkte) übereinstimmen (Abb. 4).

**Newton-II Modell:**  $s' = v; v' = a$

$a = F/m$

**Definitionen:**

$F = m_2 \cdot g - \mu \cdot m_1 \cdot g - e \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot g/m - c \cdot v^2$   
 $g = 9,81$   
 $m_1 = 0,05722$   
 $m_2 = 0,0107$   
 $m = m_1 + m_2 + 0,0025$

**Weitere Definitionen:** hinzufügen ...

$\mu = 0,001$  0 0,01

$e = 0,28$  0 0,5

$c = 0,001$  0 0,01

$s(t_0) = 0$   $v(t_0) = 0$

$t_0 = 0$   $dt = 3/120$

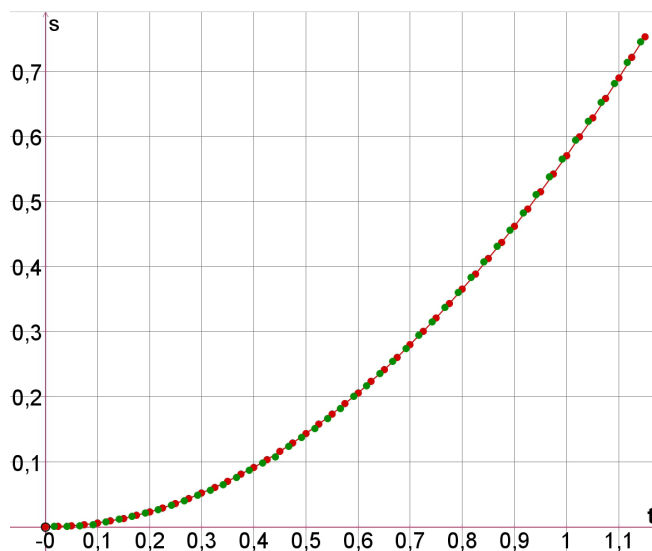
$\Delta t = 1,15$   $n = 45$

**Abbrechen, wenn:**

Vergleichsfunktion

Vergleichswerte

**Abbildung 3:** Bedienungsfenster von Newton-II, ausgefüllt für den beschleunigten Wagen



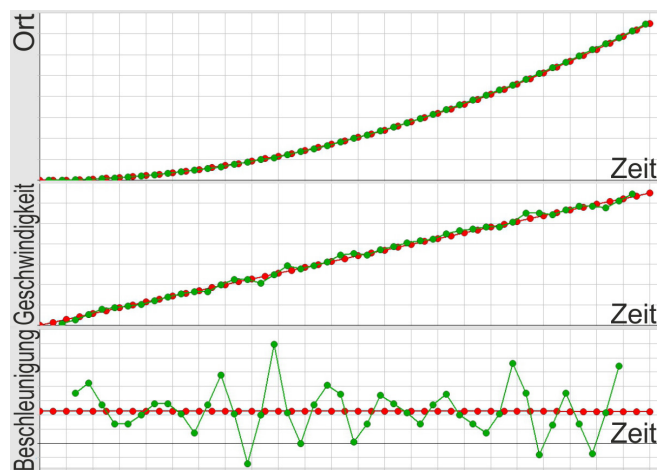
**Abbildung 4:** Zeit-Orts-Kurve zum Vergleich von Modellbildung und Videoanalysedaten in Newton-II (rot: modellierten Daten, grün: gemessene Daten)

Modell und Messdaten werden im Normalfall nicht vollständig übereinstimmen. Deshalb können Schritt für Schritt die aufgestellten Hypothesen angepasst und getestet und verschiedene Parameter verändert werden, bis das Resultat zufriedenstellend ist. Dabei ist immer darauf zu achten, dass überprüft wird, ob die gefunden Konstanten in einem realistischen Bereich liegen.

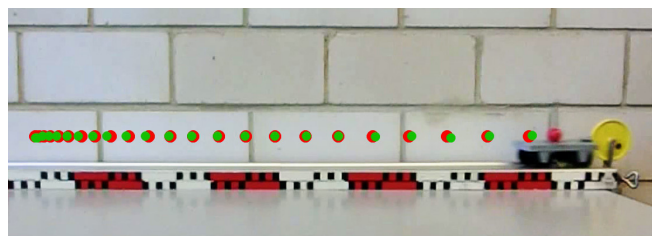
Das Endresultat gibt dann Aufschluss darüber, welche Kräfte in der Realität wirken, wie groß Reibungskonstanten und andere Parameter sind, sodass man einerseits erkennt, dass die Realität mit der Newton'schen Mechanik beschreibbar ist und andererseits reale Größen (Reibkoeffizient, Federkonstante, Erdbeschleunigung u. a.) bestimmt werden können. Oft sind diese Größen aber nur zuverlässig bestimmbar, wenn man den gleichen Versuch ein weiteres Mal mit einem anderen Parameter, z. B. einer anderen Zugmasse durchführt, analysiert und modelliert. Wenn dies mit denselben Koeffizienten modellierbar ist, hat man realistische Werte gefunden. Bei einem einzelnen Versuch ist es bei diesem Vorgang unter Umständen möglich, durch Erhöhung der Rollreibung und Verringerung

der Reibung in der Umlenkrolle eine weitere Modellierung zu erzeugen, die ebenfalls die Bewegung gut beschreibt, wodurch nicht gewährleistet ist, dass man realistische Koeffizienten gefunden hat.

Das in Abbildung 4 dargestellte Ergebnis ist lediglich diagrammbasiert, obwohl sich Schülerinnen und Schüler mit dem Interpretieren von Diagrammen schwertun. Eine Möglichkeit ist deshalb, die in Newton-II erhaltenen Ortswerte wieder in measure dynamics als csv-Datei in einer neuen Tabelle einzulesen. Dies hat den Vorteil, dass alle Diagramme berechneter Werte in Echtzeit parallel zum Video entstehen und gemessene und modellierte Werte so einfacher miteinander verglichen werden können (Abb. 5). Außerdem ist es möglich die berechneten Werte, z. B. die Orte, im Video anzeigen zu lassen (Abb. 6).



**Abbildung 5:** Orts-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsdiagramme zum Vergleich von Modellbildung und Videoanalysedaten in measure dynamics (rot: modellierte Daten, grün: gemessene Daten)



**Abbildung 6:** Vergleich von Modellbildung und Videoanalysedaten in measure dynamics im Video (rot: modellierte Orte, grün: gemessene Orte)

Unabhängig von der verwendeten Videoanalysesoftware sind die Beschleunigungswerte der Videoanalyse oft nur qualitativ zu nutzen, da der relative Fehler z. T. sehr hoch ist – vor allem, wenn für die Bewegung zu viele Bilder pro Sekunde ausgewertet werden. Eine mögliche Abhilfe schafft es, in measure dynamics vor der Analyse eine Schrittweite der verwendeten Frames größer einzustellen und so weniger Videobilder in die Analyse zu integrieren. Dies bedeutet aber, dass die Beschleunigung über einen längeren Zeitraum gemittelt wird,

was bei Bewegungen, in denen sich die Beschleunigung schnell ändert, auch problematisch sein kann.

## 2.2 Freier Fall mit Aufprall in Tracker

Das Programm Tracker soll anhand einer sich im freien Fall befindlichen Kugel inklusive Aufprall vorgestellt werden. Ein großer Vorteil von Tracker ist die Tatsache, dass sowohl mathematische Modellbildung als auch Videoanalyse in einem Programm integriert sind. Die Videoanalyse erfolgt ähnlich wie bei measure dynamics nach Einstellen eines Maßstabs, Koordinatensystems und des zu verfolgenden Punktes. Die Ergebnisse kann man sich in verschiedenen Diagrammen anzeigen lassen.

Die mathematische Modellbildung wird in Tracker „dynamische Modellierung“ genannt. Mit „kinematischer Modellbildung“ wird dagegen nur ein Kurvenfit bezeichnet. Man muss bei der „dynamischen Modellierung“ nur die wirkenden Kräfte sowie die Anfangsbedingungen eintragen. Dann werden die berechneten Ortspunkte unmittelbar im Video angezeigt, wodurch ein direkter Vergleich von Modellierung und Messdaten erfolgen kann, wobei gleichzeitig die reale Bewegung in Form des Videos abläuft.

Die besondere Herausforderung ist in diesem Beispiel im Aufprall auf dem Boden zu sehen. In kurzer Zeit wirkt eine sehr hohe Kraft auf die Kugel. Beschrieben werden kann dies, indem die Kugel oder der Boden als eine Feder mit sehr hoher Federkonstante modelliert wird. Die Kraft, die der Boden auf die Kugel ausübt, muss über eine bedingte Variable so definiert sein, dass sie nur wirkt, wenn die Kugel den Boden berührt.

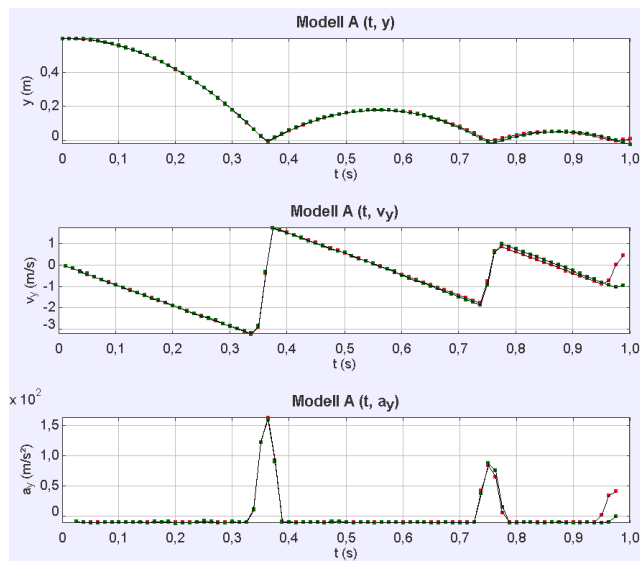
$$F = -m \cdot g + \text{if}(y < 0, -3750 \cdot y - 4 \cdot v, 0) \quad (4)$$

Dazu muss man die Syntax der bedingten Variablen kennen: `if(Bedingung, Dann, Sonst)`. Dadurch werden die Gleichungen komplexer, spiegeln jedoch die Realität gut wider. Das Koordinatensystem wurde in dem Fall so gelegt, dass die Kugel im tiefsten Punkt bei  $y = 0$  ist. Die bedingte Variable führt dazu, dass unterhalb dieser Grenze eine Kraft  $F_{\text{Feder}} = -D \cdot y$  auf die Kugel wirkt, die nur in diesem Bereich an der Kugel angreifen kann. Zudem wurde eine geschwindigkeitsabhängige innere Reibung  $F_{\text{Reib}} = -k \cdot v$  beim Stoß angenommen.

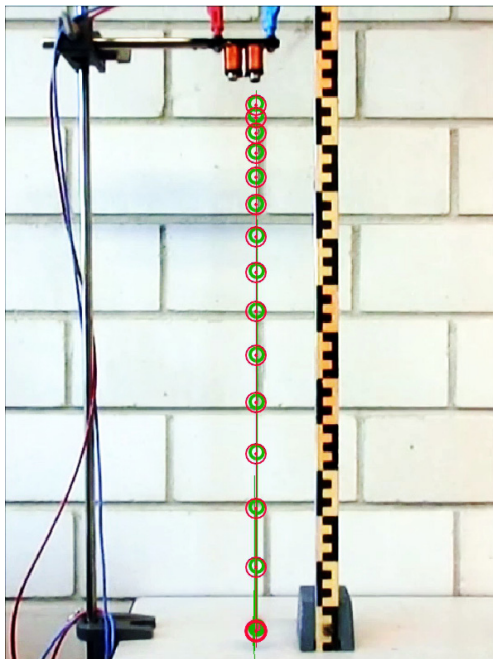
Schwierig wird es besonders, wenn die Kugel mehrfach aufspringt und dabei ihre horizontale Position ändert, wodurch sich aufgrund der Filmperspektive auch die vertikale Position des Aufprallortes im Video leicht ändern kann. In diesem Fall muss für jeden Aufprall eine neue bedingte Variable eingeführt werden. In manchen Modellbildungsprogrammen gibt es auch einen Befehl, der die Richtung der Geschwindigkeit des Objektes in einem Punkt um  $180^\circ$  dreht; möglich ist dabei auch eine gleichzeitige Reduzierung des Tempos, um Reibungsverluste abzudecken. Diese Methode ist für Stoßprozesse einfacher und stimmt mit der üblichen Betrachtung eines Stoßes als Black-Box überein, entbindet den Lernenden aber von der

Modellierung und damit einer intensiven Auseinandersetzung mit dem Problem.

Wenn die Modellierung erfolgt ist, kann diese mit der Videoanalyse verglichen werden (Abb. 7 + 8). Es ist kaum zu erwarten, hier realistische Werte für die Steifigkeit der Kugel zu erhalten, da auch die Bodenkontaktzeit sehr schwer einzuschätzen ist. Qualitativ hochwertige Hochgeschwindigkeitsaufnahmen können dies zumindest teilweise verbessern.



**Abbildung 7:** Orts-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsdiagramme zum Vergleich von Modellbildung mit Videoanalysedaten der aufspringenden Kugel in Tracker (rot: modellierten Daten, grün: gemessene Daten)



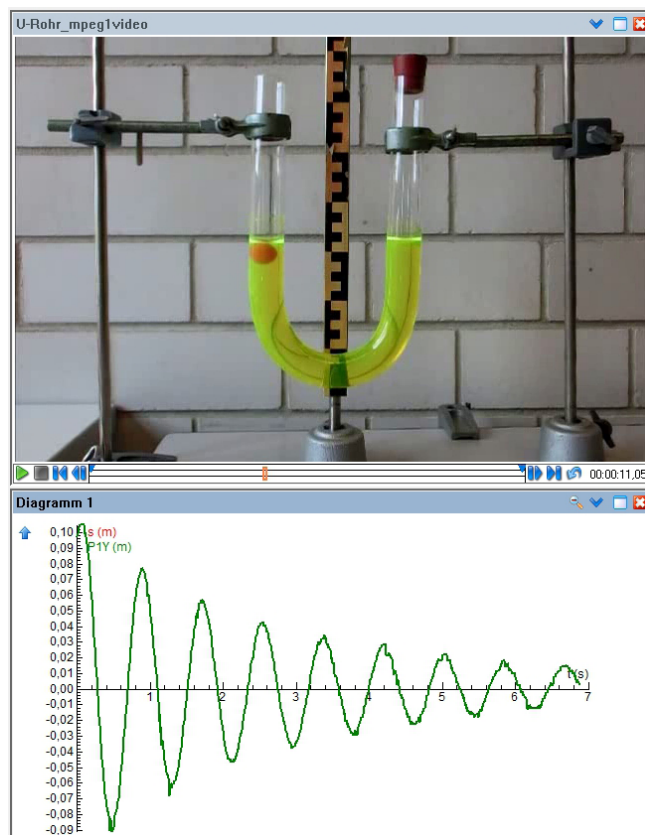
**Abbildung 8:** Vergleich von Modellbildung mit Videoanalyse in Tracker im Video (rot: modellierten Orte, grün: gemessene Orte)

Das Experiment eignet sich gut dazu, Schülerinnen und Schüler selbst überprüfen zu lassen, wie groß der Einfluss der Luftreibung ist. Das führt dazu, dass die Lernenden selbst

erkennen, dass der Effekt der Luftreibung bei massereichen Objekten und kurzen Fallzeiten vernachlässigbar ist. Dazu kann das Modell ohne Luftreibungsterm modelliert und dieses mit der realen Bewegung verglichen werden. Während bei einer Bleikugel kein Unterschied zu erkennen ist, wäre der Fehler, den man bei der Modellierung eines Fallkegels ohne Luftreibung machen würde, deutlich erkennbar [15]. Der hypothetische Einfluss der Luftreibung kann dann intensiver untersucht werden, indem verschiedene Massen und Fallhöhen modelliert werden. Leider ist dies bei Tracker nicht über Schieberegler möglich, wie es das Programm Newton-II anbietet.

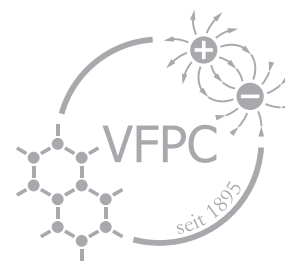
### 2.3 U-Rohr-Schwingung in Coach 6 Studio MV

Eine weitere interessante Modellierung stellt die der Schwingung einer Flüssigkeit in einem U-Rohr dar. Diese eignet sich besonders gut, da die Schwingung schneller abklingt, als dies bei einem Faden- oder Federpendel der Fall ist. Aufgrund dessen können Reibungskräfte thematisiert werden. Zunächst muss wieder die Videoanalyse durchgeführt werden, was in dem dafür vorgesehenen Programmteil von Coach 6 Studio MV (oder in der Vollversion von Coach) möglich ist. In der Ausgabe von Daten ist das Programm limitierter, da nur die Ortskoordinaten und keine Geschwindigkeiten oder Beschleunigungen berechnet und angezeigt werden können. Nach der Analyse (Abb. 9) wird die Datei gespeichert und geschlossen. Daraufhin muss der Programmteil für die Modellierung gesondert geöffnet werden.



**Abbildung 9:** Videoanalyse des schwingenden U-Rohres in Coach 6 Studio MV

# plusLucis



73. Fortbildungswoche 25.2.2019 bis 1.3.2019

## **Liebe Vereinsmitglieder, sehr geehrte Kolleginnen und Kollegen,**

unter uns: Halten Sie sich doch den Dienstag frei. Oder tauschen Sie die Stunden weg. Oder überzeugen Sie die Schulleitung vorab, dass Sie am Dienstag nach Wien müssen. Denn: Prof. Lesch wird auf der Fortbildungswoche über den Klimawandel vortragen.

Vor Ihnen liegt das Programm der 73. Fortbildungswoche für Physik- und Chemielehrkräfte. Wir freuen uns schon sehr darauf, Sie im Februar 2019 wieder in Wien begrüßen zu dürfen. Mit den diesjährigen Vorträgen, Workshops und Exkursionen der Fortbildungswoche haben wir ein wirklich interessantes und spannendes Programm für sie vorbereitet. Sie finden in gewohnter Weise eine Mischung aus fachwissenschaftlichen und fachdidaktischen Aktivitäten. Auch für die 73. Fortbildungswoche ist es uns gelungen, hochkarätige Expertinnen und Experten für Sie nach Wien zu holen.

Ein (kleiner) Schwerpunkt der nächsten Fortbildungswoche ist die Digitalisierung im Physik- und Chemieunterricht. Fünf Vorträge und Workshops widmen sich dieser Thematik. Ganz besonders freue ich mich, das Prof. Mats Selen aus Chicago nach Wien kommen wird, um die „IOLabs“ vorzustellen. Dies sind kleine, universelle einsetzbare und günstige Sensorboxen und Experimentierwägen. Damit ist es möglich und bezahlbar, in Schülergruppen computerbasierte Experimente durchzuführen. In anderen Veranstaltungen gibt es Angebote zur Sensorik, zum Messen mit Smartphones und zu digitalen Videos.

Auch 2019 bieten wir wieder eine ganze Reihe von Aktivitäten aus den Reihen unseres eigenen wissenschaftlichen Nachwuchses an. Die Scientific Community in Physik- und Chemiedidaktik in Österreich wächst ständig weiter. Sehen Sie selbst, welch spannende Projekte hier entwickelt wurden.

Bedanken möchte ich mich an dieser Stelle bei den Fördergebern der Fortbildungswoche: Ohne die großzügige Unterstützung der Fakultät für Physik der Universität Wien und der pädagogischen Hochschule Wien könnte diese Veranstaltung nicht in dieser Form stattfinden. Danken möchte ich auch den LeiterInnen der Arbeitsgemeinschaften der Region und den anderen pädagogischen Hochschulen für die Unterstützung. Ohne die vielen Menschen in den Teams der AECCs Chemie und Physik könnte die Fortbildungswoche ebenfalls nicht gelingen.

Hinweisen möchte ich an dieser Stelle auch auf eine ganz besondere Veranstaltung im Herbst: Vom 9.-12. September 2019 wird die größte naturwissenschaftsdidaktische Tagung

in Wien stattfinden: Die Jahrestagungen der fachdidaktischen Verbände GDCP (Gesellschaft für Didaktik der Physik und Chemie) und FdDB (Fachverband der Didaktik der Biologie) werden gemeinsam im Hauptgebäude der Universität stattfinden. Etwa 700 Fachdidaktikerinnen und Fachdidaktiker aus dem gesamten deutschen Sprachraum werden nach Wien kommen und sich über neueste Forschungsergebnisse austauschen. Dies wird mit Sicherheit ebenfalls eine sehr interessante Tagung.

Und nicht vergessen: Wir sehen uns spätestens am 26. Februar im Vortrag von Prof. Lesch!

Viel Spaß auf der Fortbildungswoche

*Martin Hopf, Obmann*

## **Neue Anmeldung zur Fortbildungswoche 2019**

Für die 73. Fortbildungswoche wird in diesem Jahr erstmals auf ein Buchungssystem umgestellt. Die Umstellung hat organisatorische Gründe und erleichtert die Abwicklung, Verwaltung und Abrechnung der Veranstaltung. Der Vorteil für Sie als TeilnehmerIn liegt ganz klar bei der Möglichkeit sich für die verschiedenen Vorträge, Workshops und Exkursionen in einer übersichtlichen Form anzumelden.

Abgewickelt wird die Anmeldung über folgende Homepage:

<https://eveeno.com/PlusLucis>

Folgen Sie zur Anmeldung einfach diesem Link. Bei Problemen bitten wir um eine Mail an die folgende Adresse: [vorstand@pluslucis.org](mailto:vorstand@pluslucis.org)

Den obigen Link finden Sie auch auf der Vereinshomepage, wo Sie zudem eine Langform des Programms inklusiver verschiedenster Beschreibungen für die Vorträge, Workshops und Exkursionen finden.

Die Anmeldung für Vereinsmitglieder ist mittels Anmeldecode (findet sich auf der Rückseite dieser Plus Lucis Ausgabe) ab 2.1.2019 möglich. Alle anderen können sich ab 8.1.2019 für die Fortbildungswoche anmelden.

Wir hoffen, dass die neue Anmeldung bei Ihnen Gefallen findet und freuen uns auf Ihr Kommen im Februar.

Der Vorstand

<b>Vorträge aus der Physik</b> ORT: Lise Meitner HS, Strudelhofgasse 4, 1090 Wien, 1. Stock	<b>Workshops</b>
---	------------------

<b>Montag, 25.2.2019</b>	
9:15-10:00	<b>Begrüßung und Eröffnung</b> Dr. Martin Hopf, Obmann, AECC Physik, Universität Wien
10:00-11:00	<b>Einsatz von Handys im Physikunterricht – praktische Beispiele und Anwendungen</b> Dr. Lana Ivanjek, Fakultät für Physik, Universität Wien
11:30-12:30	<b>IOLAB: A great tool to encourage creativity and scientific thinking in physics Labs</b> Prof. Dr. Mats Selen, University of Chicago
	<i>Workshops nach dem Mittagessen (14:00-17:00)</i>
14:00-15:00	<b>Funktionale magnetische Nanostrukturen</b> Dr. DI Dieter Süss, Universität Wien
15:00-16:00	<b>Das Institut für Schallforschung – angewandte und theoretische wissenschaftliche Forschung in der Akustik</b> Dr. Peter Balasz, ÖAW, Institut für Schallforschung
16:30-17:30	<b>Aerosolteilchenentstehung durch Nukleation</b> Dr. Paul Winkler, Fakultät für Physik, Universität Wien
17:45-18:45	<b>Die Tatortspuren unter der Lupe der Forensik</b> Dr. Aline Girod-Frais, Universität Wien
ab 18:45	Brötchen und Beisammensein am Institut

<b>Dienstag, 26.2.2019</b>	
9:00-10:00	<b>Mit dem Frankfurter Elektronengasmodell zu einem angemessenen Spannungskonzept in der Unterstufe</b> Dr. Jan-Philipp Burde, Universität Frankfurt
10:00-11:00	<b>Der Klimawandel: Von Eiszeit zur Heißzeit</b> Dr. Harald Lesch, LMU München
11:30-12:30	<b>Optik, Kunst und Fotografie</b> Dr. Rainer Müller, Technische Universität Braunschweig
	<i>Workshops nach dem Mittagessen (14:00-17:00)</i>
14:00-17:00	<b>Mit dem Frankfurter Elektronengasmodell zu einem angemessenen Spannungskonzept in der Unterstufe</b> Dr. Jan-Philipp Burde, Universität Frankfurt <i>Kurt-Gödel-Hörsaal Fakultät für Physik, Strudlhofgasse 4, Erdgeschoß</i> <b>Der Klimawandel für die Schule: Verstehen und Handeln</b> Dr. Cecilia Scorza, LMU München <i>„Zimmer 55“ (Fakultät für Physik; 1.Stock, Raumnummer: 3114)</i> <b>Using IOLab to teach experimental design and critical thinking</b> Prof. Dr. Mats Selen, University of Chicago <i>Erwin Schrödinger HS (Fakultät für Physik, 5. Stock)</i> <b>Make Physics 3D – Das Thema 3D-Sehen in den Unterricht bringen</b> Dr. Ingrid Krumphals, Karl-Franzens Universität Graz <i>Schulversuchspraktikum (AECC) AECC, Porzellangasse 4/2, E1</i> <b>Nanotechnologie</b> Dr. Clemens Mangler, Universität Wien <i>Physik Nanostrukturierter Materialien und Universitätssternwarte Fakultät für Physik, Strudlhofgasse 4 und Türkenschanzstraße 17, 1180 Wien</i> <b>Masterclass für LehrerInnen – Analyse von Originaldaten des CMS Experiments</b> DI Natascha Krammer, HEPHY <i>Institut für Hochenergiephysik Bibliothek, 1. Stock Nikolsdorfer Gasse 18, 1050 Wien</i> <b>Smarte Physik – digitale Medien im Physikunterricht (Smartphones, Sensoren, Youtube und mehr)</b> Dr. Gerhard Rath, BRG Kepler Graz und Pädagogische Hochschule Steiermark und Mag. Thomas Schubatzky, Karl-Franzens Universität Graz <i>Seminarraum 5 (Seminarraum der AECCs) AECC, Porzellangasse 4/2, 4. Stock</i>
	<b>Exkursion</b> 14:30-16:30 <b>Wien Energie – Erlebniswelt</b> <i>Treffpunkt: Spittelauer Lände 45; 1090 Wien; vor dem neuen Wien Energie Shop</i>



<b>Vorträge aus der Chemie</b> ORT: Christian Doppler HS, Strudelhofgasse 4, 1090 Wien, 3. Stock	<b>Exkursionen</b>
--	--------------------

**Mittwoch, 27.2.2019**

9:00-9:55	<b>Wasser mit verschiedenen „Gesichtern“ – das Verstehen der Wasserspaltung</b> Univ.-Prof. Dr. Ellen Backus, Institut für Physikalische Chemie, Universität Wien	9:00-13:00 <b>Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen</b> Treffpunkt: Artlgasse 35; 1160 Wien; Anmeldung beim Portier, Namensliste liegt auf
10:00-10:55	<b>Chemieunterricht in inklusiven Lerngruppen – Wissenschaftliche und schulpraktische Perspektiven</b> Prof. Dr. Insa Melle, Didaktik der Chemie, Technische Universität Dortmund	11:00-13:00 <b>ZAMG</b> Treffpunkt: Hohe Warte 38; 1190 Wien; beim Haupteingang. Teilnehmerliste liegt auf
11:15-12:10	<b>Klug und logisch denkend, aber unromantisch – Wir sollten im Chemieunterricht an unserem Image arbeiten!</b> Dr. Philipp Spitzer, AECC Chemie, Universität Wien	14:00-16:00 <b>Naturhistorisches Museum</b> Treffpunkt: Maria-Theresien-Platz; 1010 Wien; beim Portier angeben, dass Sie an der Pädagoginnen Führung Rohstoffe teilnehmen, dann erhalten Sie ein kostenloses Ticket
	<i>Workshops nach dem Mittagessen (14:00-17:00)</i>	14:00-17:30 <b>Vienna Open Lab</b> Treffpunkt: IMBA, Dr. Bohr-Gasse 3, Erdgeschoß, 1030 Wien
14:00-17:00	<b>Gestaltung von Lernmaterialien für einen inklusiven Chemieunterricht</b> Dr. Insa Melle Seminarraum 5, Porzellangasse 4, 3. Stock, 1090 Wien <b>Expedition flex – Chemische Experimente mit kreativem Ausgang</b> Dr. Kurt Haim Multifunktionsraum der AECCs, Porzellangasse 4, 3. Stock, 1090 Wien <b>Lernen mit digitalen Videos im naturwissenschaftlichen Unterricht</b> Julian Küsel Schulversuchspraktikum (AECC) AECC, Porzellangasse 4/2, E1	19:00-22:00 <b>Lichtverschmutzung Quo vadis Lucis?</b> Treffpunkt: U2 Station Volkstheater, oben vor dem Aufgang beim Volkstheater; Nach dem Rundgang: Weiterfahrt öffentlich mit U3 und 46B zur Kuffner Sternwarte: Johann-Staud-Straße 10; 1160 Wien

**Donnerstag, 1.3.2018**

		9:30-11:30 <b>Steuerzentrale APG</b> Treffpunkt: Am Johannesberg 9; 1100 Wien; Portierseingang; Namensliste liegt auf
		10:00-12:00 <b>Wärmetechnik Spittelau</b> Treffpunkt: Spittelauer Lände 45; 1090 Wien; vor dem neuen Wien Energie Shop
		14:00-16:00 <b>Museum der Illusionen</b> Treffpunkt: Wallnerstraße 4; 1010 Wien
		14:30-16:00 <b>Wirtschaftsmuseum</b> Treffpunkt: Vogelsangasse 36, 1050 Wien

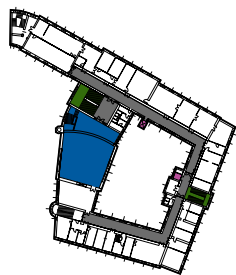
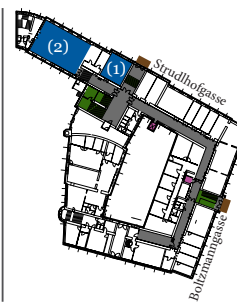
**Freitag, 2.3.2019**

		10:00-11:30 <b>Technisches Museum</b> Treffpunkt: Mariahilfer Straße 212; 1140 Wien, Eingangshalle (bei der Kassa liegt eine Namensliste auf)
		10:00-12:00 <b>Kläranlage Wien</b> Treffpunkt: Haidequerstraße 7, 1110 Wien, beim Portier, die Führung beginnt pünktlich

- Hörsaal
- Stiegen
- Aufzüge
- Eingänge

## Erdgeschoss

Kurt-Gödel-Hörsaal (1)  
Ludwig-Boltzmann-Hörsaal (2)

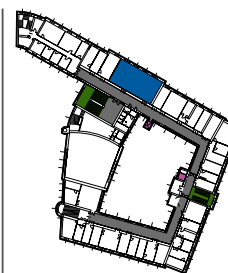


## 1. Stock

Lise-Meitner-Hörsaal

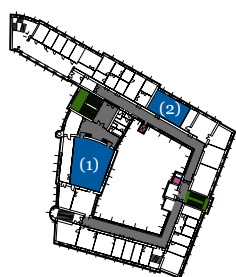
## 2. Stock

Ernst-Mach-Hörsaal



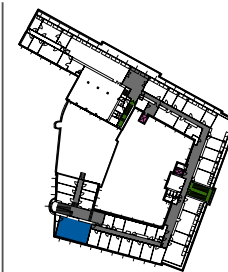
## 3. Stock

(1) Christian-Doppler-Hörsaal  
(2) Josef-Stefan-Hörsaal



## 5. Stock

Erwin-Schrödinger-Hörsaal



Der **Viktor-Franz-Hess-Hörsaal** befindet sich in der  
**Währinger Straße 17** im **Kavalierstrakt**.

### Hinweise für die Teilnehmerinnen und Teilnehmer:

Für alle Veranstaltungen ist wegen beschränkter Teilnehmerzahl eine vorherige Anmeldung notwendig. Die Anmeldung erfolgt ausschließlich über das Internet unter <https://eveeno.com/PlusLucis>. Dort sind weitere Informationen zu finden. Sollte später Ihre Teilnahme unmöglich werden, ersuchen wir Sie dringend, sich im Anmeldesystem selbst wieder abzumelden, damit andere Personen den Platz nutzen können.

**Anmeldeschluss:** 15.2.2019

- Zur dienstrechtlichen Absicherung Ihrer Teilnahme ist die **Inskription an der PH Wien** notwendig. Informationen dazu sind auf unserer Homepage abrufbar.
- Die Teilnahme ist für Mitglieder des Vereins zur Förderung des physikalischen und chemischen Unterrichts frei. Von Nichtmitgliedern wird für die **Anmeldung ein Spesenbeitrag zu den Organisationsspesen in der Höhe von Euro 20,-** eingehoben
- Alle Teilnehmerinnen und Teilnehmer werden aufmerksam gemacht, dass sie Labors, Betriebsstätten und sonstige Teile von Fabriks- oder anderen Anlagen auf eigene Gefahr besuchen und dass weder das Unternehmen noch der Verein für Unglücksfälle und sonstige wie immer geartete Schadensfälle, die sich – gleichgültig ob durch eigenes oder fremdes Verschulden, Zufall oder sonst wie immer – während oder anlässlich des Besuches ereignen, haftbar oder schadenersatzpflichtig sind.
- Es wird darauf hingewiesen, dass am Veranstaltungsort Fotos angefertigt werden und zu Zwecken der Dokumentation der Veranstaltung veröffentlicht werden können.
- Die Workshops werden unterstützt durch die Pädagogische Hochschule Wien
- Mit der Anmeldung zur Fortbildungswoche stimme ich ausdrücklich zu, dass die von mir angegebenen Daten für Veranstaltungszwecke verarbeitet werden. Die Datenschutzerklärung für diese Anwendung findet sich unter [https://www.pluslucis.org/Datein/Datenschutzerklaerung\\_Verein.pdf](https://www.pluslucis.org/Datein/Datenschutzerklaerung_Verein.pdf)  
Mir ist bekannt, dass ich meine Einwilligung jederzeit durch Übersendung eines Schreibens an den Verein zur Förderung des physikalischen und chemischen Unterrichts, +43-1-4200-60330, [vorstand@pluslucis.org](mailto:vorstand@pluslucis.org), Martin Hopf widerrufen kann.

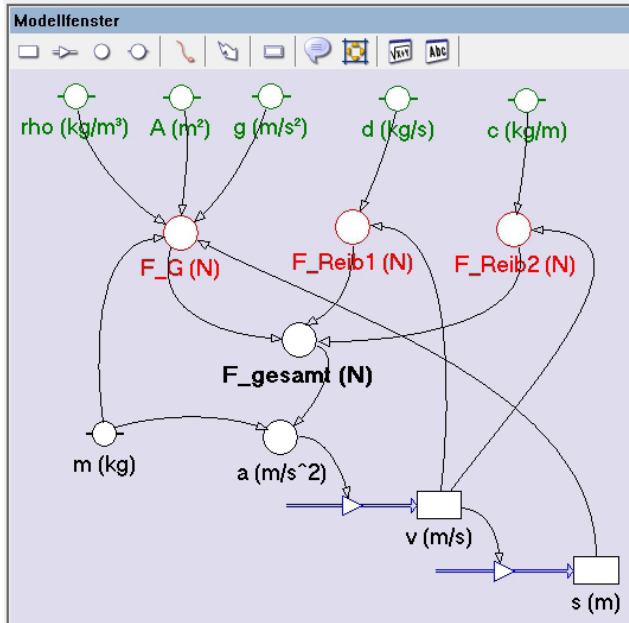


Abbildung 10: Modellbildung in Coach 6 Studio MV

Die Modellierung erfolgt hier grafisch (Abb. 10), was die strukturellen Zusammenhänge der Größen betonen kann, bei mehr als einer Dimension aber sehr umfangreich wird. Die Zustandsvariablen  $v$  und  $s$  betonen das zweimalige Integrieren der Beschleunigungswerte, um den Ort berechnen zu können.

Gut sichtbar wird, dass die Konstanten Einfluss auf die Kräfte haben und die Gesamtkraft in Kombination mit der Masse die Beschleunigung bestimmt. Diese fließt als Änderung in die Zustandsvariable Geschwindigkeit, die einen Einfluss auf die Reibung hat, und außerdem fließt die Geschwindigkeit als Änderung in die Zustandsvariable Ort. Damit ist die Geschwindigkeit sowohl eine Zustandsgröße, als auch eine Änderungsrate für andere Zustandsgrößen.

Es ist also nötig, die Grundstruktur aller mechanischer Modelle, die „Newton-Maschine“, zu kennen und einzugeben, während diese bei gleichungsbasierten Modellbildungsprogrammen bereits fest implementiert ist. So ist damit zu rechnen, dass bei grafischen Modellbildungsprogrammen deutlich mehr Zeit auf

die Modellerstellung aufgewendet werden muss, was einerseits sinnvoll genutzte Lernzeit darstellt, andererseits aber auch weniger Möglichkeiten für die Modellierung von verschiedenen Problemen lässt. Auch sind Änderungen der wirkenden Kräfte nicht so schnell zu implementieren wie bei gleichungsbasierten Modellbildungsprogrammen, bei denen die Bedienung einfacher ist.

Das Programm Coach 6 Studio MV besitzt auch einen Gleichungsmodus, welcher aber nicht uneingeschränkt zu empfehlen ist. In Gleichungsform sähe die Modellierung wie folgt aus.

$$F = -2 \cdot s \cdot A_{\text{Rohr}} \cdot \rho_{\text{Wasser}} \cdot g - d \cdot v - c \cdot v^2 \quad (5)$$

Dies beschreibt den Fall einer zur Geschwindigkeit proportionalen Reibung, ergänzt mit einem Reibungsterm, der vom Quadrat der Geschwindigkeit abhängig ist, da dies zu noch besseren Ergebnissen führt, da auch Anteile an turbulenter Strömung in der Flüssigkeit vorkommen.

Nach erfolgter Modellierung können die Daten der Videoanalyse direkt in das Programm eingelesen werden. Dabei hat man verschiedene Fenster innerhalb der Programmoberfläche zur Verfügung, die man individuell anpassen kann. Das Video, welches zur Videoanalyse gehört, muss manuell geladen werden und läuft nicht synchron mit dem Modell ab. Auch ist es nicht möglich, die modellierten Punkte direkt im Video anzuzeigen. Somit bleibt der Vergleich auf die beiden  $s(t)$ -Diagramme beschränkt (Abb. 11). Sowohl Videoanalyse als auch die Berechnung des Modells sind ungenauer als bei den bereits vorgestellten Programmen.

Die Modellierung von Schwingungen mit geschwindigkeitsabhängiger Reibung ist gut für die graphische Modellbildung geeignet. Es wird deutlich, dass die Summe aller Kräfte die Beschleunigung des Systems bestimmt. Diese determiniert wiederum die Geschwindigkeit, welche einerseits einen Einfluss auf die Summe aller Kräfte hat, andererseits auch den Ort bestimmt. Bei Schwingungen beeinflusst auch der Ort eine Kraft. Diese komplizierte Struktur kann grafisch

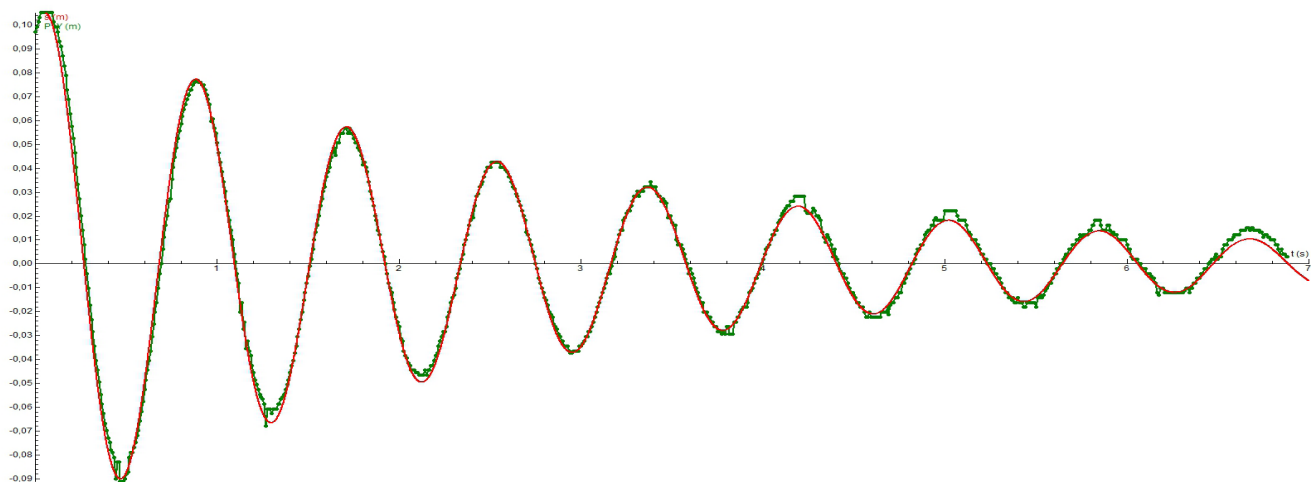


Abbildung 11: Vergleich von Modellbildung mit Videoanalysedaten in Coach 6 Studio MV im Diagramm

sehr vorteilhaft dargestellt werden und der Vergleich mit den Videoanalysedaten erlaubt eine Verifizierung des Modells.

### 3. Ein bewertender Vergleich der Programme

Alle Programme haben Stärken und Schwächen, sodass eine differenzierte Empfehlung erfolgen muss, die die Voraussetzung und Vorhaben in der Lerngruppe mit einbezieht. Dabei ist es besonders wichtig, dass die Programme intuitiv und leicht bedienbar sind, Eingabefehler verzeihen und zuverlässige Resultate erzielen. Auch die wählbaren Darstellungsmöglichkeiten und die Verfügbarkeit, sowohl preislich als auch die Abhängigkeit von Betriebssystemen, beeinflussen die Wahl des richtigen Programms für den Unterricht. Zudem muss beachtet werden, ob die Programme über einen längeren Zeitraum eingesetzt werden sollen oder nur innerhalb einer speziellen Unterrichtseinheit benötigt werden.

Falls Videoanalyse und mathematische Modellbildung im Laufe der Sekundarstufe I und II auch ohne direkten Vergleich eingesetzt werden sollen, was sicher empfehlenswert wäre, sind aufgrund der guten Bedienbarkeit die Programme Newton-II und measure dynamics zu bevorzugen. Zudem bietet measure dynamics umfangreiche Funktionen in der Videoanalyse, wie dynamisch-ikonische Repräsentationen und Stroboskopbilder, an. Die Programme sind beide sehr stabil und Bedienungsfehler können leicht rückgängig gemacht werden.

Falls es ausschließlich um die Kombination beider Methoden geht, ist Tracker den anderen vorzuziehen, da es beides in einem Programm vereint und kostenlos zur Verfügung steht. Der große Vorteil hier ist, dass das erzeugte Modell automatisch innerhalb des Videos abläuft und der Vergleich mit den Realdaten nicht auf Diagramme beschränkt bleibt – dies ist bei measure dynamics an sich auch möglich, setzt aber eine manuelle Umrechnung der modellierten Daten in die Pixel des Videos voraus. Tracker ist komplexer und benutzerunfreundlicher in der Bedienung und weist aber bezüglich der Modellbildung einige Limitierungen auf. Zeit- oder wegabhängige Massen sind beispielsweise nicht möglich, wodurch interessante Anwendungen unmöglich werden.

Falls die Struktur der physikalischen Zusammenhänge auf grafischer Ebene betont werden soll, ist Coach 6 Studio MV oder die Vollversion von Coach (aktuell: Coach 7.3) das am besten geeignete Programm. Hier wird die Modellbildung bei mehrdimensionalen Bewegungen aber schnell unübersichtlich und es lassen sich in der Videoanalyse keine Beschleunigungen, Geschwindigkeiten oder Kräfte anzeigen, sodass sich nur die Ortswerte vergleichen lassen. Das Programm ist den anderen in nahezu allen Bereichen leicht unterlegen. Der Einsatz von grafischer Modellbildung hat aber dennoch seine Berechtigung, wodurch das Programm ebenfalls sinnvoll eingesetzt werden kann. Dies gilt vor allem für einfache Versuche.

Die Qualität der Videoanalyse aller Programme ist stark von der Qualität der Videos abhängig. Es ist immer auf einen hohen Kontrast, einen schlichten Hintergrund, gute Belichtung und eine senkrechte Bewegung des Objekts zur Filmrichtung zu achten, da sonst Verzerrungseffekte zu einer ungenauen Messung führen. Belichtungszeiten sollten kurz gehalten werden, was durch die Wahl des Sportmodus realisiert werden kann.

### 4. Hinweise für die Schule und Fazit

Wie angedeutet wurde, kann eine Vielzahl von Bewegungen auf diese Weise analysiert und mit der Realität verglichen werden [13]. Gerade durch die Kombination von mathematischer Modellbildung, die die physikalischen Strukturen betont und den Nutzer von der Ausführung der Mathematik entlastet, mit der Videoanalyse, die den Bezug zu real durchgeführten Experimenten darstellt, könnte erreicht werden, dass Schülerinnen und Schüler erkennen, dass alltägliche Bewegungen gut mit der Newton'schen Mechanik beschreibbar sind. Die aus Schülersicht erlebte Kluft zwischen Physikunterricht unter Laborbedingungen und der Realität [16] kann somit vermindert werden. Es muss aber stets beachtet werden, dass es sich weiterhin um ein Modell handelt und nahezu nie alle Einflussfaktoren berücksichtigt werden können. Komplexe Bewegungen sind weiterhin schwierig zu modellieren und können wiederum zu Frustration auf Schülerseite führen, wenn die Newton'sche Mechanik vermeintlich doch nicht ausreicht, um reale Bewegungen zu beschreiben.

Der Vergleich von mathematischer Modellbildung mit Videoanalysedaten bietet sich zudem an, um für die Bewegung interessante Konstanten (Reibungskonstante, Federkonstante, Erdbeschleunigung u. a.) zu bestimmen. Schülerinnen und Schüler können so auch selbst ein Gefühl dafür entwickeln, wie sehr ein Modell abstrahieren darf, um die Realität dennoch ausreichend genau zu beschreiben und in konkreten Fällen selbst entscheiden, welche Einflüsse berücksichtigt werden müssen und welche aus Gründen der Einfachheit weggelassen werden können. Bei den sonst üblichen Berechnungen ohne die Zuhilfenahme von Computern und unter idealen Bedingungen ist dies nicht möglich. Zudem wird eine aktive Auseinandersetzung mit Mess- und Modellierungsfehlern gefördert, welche im Unterricht oft zu kurz kommt.

In der Schule ist es zu empfehlen, dass das Realexperiment, sofern möglich, stets in der gesamten Lerngruppe oder Kleingruppen durchgeführt wird, damit die Schülerinnen und Schüler einen Bezug zu der zu modellierenden Bewegung haben, woraufhin der Modellierungskreislauf durchlaufen wird. Der Forderung nach einem lebensweltnahen Unterricht kann so nachgekommen werden. Auch das Lösen von komplexen Aufgaben, selbstständiges fachliches Argumentieren und die Anwendung mathematischer und naturwissenschaftlicher Modellvorstellungen, welche in den großen Vergleichsstudien bei

deutschen Schülerinnen und Schülern unterdurchschnittlich ausfallen [17], werden in besonderem Maße gefördert.

Dabei muss aber darauf geachtet werden, dass die Videos in guter Qualität erzeugt werden und beim Filmen gewisse Regeln beachtet werden. Auch die technischen Probleme in der Bedienung der Programme dürfen nicht den Nutzen der Software überschatten. Weiterhin muss untersucht werden, ob die heute aktuelle Software intuitiv genug ist, damit Schülerinnen und Schüler diese, möglichst auch in Kombination mit Videoanalyse, selbstständig im Unterricht einsetzen können.

Wie gut es mit aktueller Software gelingt, das Fachwissen zu verbessern, Interesse zu wecken und den Erkenntnisgewinnungsprozess in den Naturwissenschaften mit diesem Vorgehen zu thematisieren, ist bislang nicht ausreichend erforscht. Dies wird in einer aktuellen Studie untersucht.

**Jannis Weber** *Institut für Didaktik der Physik, Goethe-Universität Frankfurt am Main*

**Prof. Dr. Thomas Wilhelm** *Institut für Didaktik der Physik, Goethe-Universität Frankfurt am Main*

## Literatur

- [1] BETHGE, T. & SCHECKER, H. (1990). Software-Werkzeuge zur Modellbildung im Physikunterricht, Konzepte und Erfahrungen. Institut für Didaktik der Physik, Bremen.
- [2] WILHELM, T., GEßNER, T., SULEDER, M. & HEUER, D. (2003). Sportaktivitäten vielseitig analysieren und modellieren – Videos und Messdaten multimedial aufbereitet. In: Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule 52, Nr. 2, 23 - 30.
- [3] SANDER, T., SCHECKER, H. & NIEDDERER, H. (2001). Wirkung des Einsatzes graphischer Modellbildung im physikalischen Praktikum. In: Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften, Jg. 7, S. 147 – 165.
- [4] BERGER, V. (2006). Mit dem Computer unterrichten. In: MIKELSKIS, F. Physikdidaktik – Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II. Cornelsen-Verlag, Berlin.
- [5] URHAHNE, D. & HOPF, M. (2004). Epistemologische Überzeugungen in den Naturwissenschaften und ihre Zusammenhänge mit Motivation, Selbstkonzept und Lernstrategien. In: Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften, Jg. 10, S. 71 - 87.
- [6] SANDER, F. (2000). Verbindung von Theorie und Experiment im physikalischen Praktikum. Eine empirische Untersuchung zum handlungsbezogenen Vorverständnis und dem Einsatz grafikorientierter Modellbildung im Praktikum. Studien zum Physiklernen, Band 13, Logos-Verlag, Berlin.
- [7] Tracker: <http://www.opensourcephysics.org/items/detail.cfm?ID=7365>
- [8] DAI, E. (2017). Das Videoanalyseprogramm Tracker, Goethe-Universität Frankfurt am Main, <http://www.thomas-wilhelm.net/arbeiten/Tracker.htm>
- [9] Coach 6 Studio MV: <http://www.klett.de/produkt/isbn/3-12-772607-4>
- [10] measure dynamics: <https://www.phywe.de/de/software-measure-dynamics-einzellizenz.html>
- [11] Newton-III: <http://did-apps.physik.uni-wuerzburg.de/Newton-III/index.html>
- [12] LÜCK, S & WILHELM, T. (2011). Modellierung physikalischer Vorgänge am Computer. Modellbildungssysteme als Unterstützung zum Verständnis physikalischer Strukturen. In: Unterricht Physik 22, Heft 122, S. 26 - 31, <http://www.thomas-wilhelm.net/veroeffentlichung/Modellbildung.pdf>
- [13] WEBER, J. (2017). Kombination von Videoanalyse mit mathematischer Modellbildung. Staatsexamensarbeit, Goethe-Universität Frankfurt am Main. URL: <http://www.thomas-wilhelm.net/arbeiten/Modellbildung+Videoanalyse.pdf>
- [14] WILHELM, T. (2009). Videoanalyse mit unterschiedlichen Darstellungsformen. In: Höttecke, D. (Hrsg.): Chemie- und Physikdidaktik für die Lehramtsausbildung, Jahrestagung der GDCP in Schwäbisch Gmünd 2008, Reihe: Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik, Band 29, Lit-Verlag, Münster, S. 289 – 291, <http://www.thomas-wilhelm.net/veroeffentlichung/VideoanalyseGDCP.pdf>
- [15] WILHELM, T. (2000). Der alte Fallkegel – modern behandelt. In: Praxis der Naturwissenschaften - Physik 49, Heft 6, 2000, S. 28 - 31
- [16] WILHELM, T. (2005). Konzeption und Evaluation eines Kinematik/Dynamik-Lehrgangs zur Veränderung von Schülervorstellungen mit Hilfe dynamisch ikonischer Repräsentationen und graphischer Modellbildung. Studien zum Physik- und Chemielernen, Band 46, Logos-Verlag, Berlin.
- [17] BAUMERT, J., BOS W. & LEHMANN, R. (2000). TIMSS/III – Dritte internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie; Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn. Band 1: Mathematische und naturwissenschaftliche Grundbildung am Ende der Pflichtschulzeit. Leske + Budrich, Opladen.

# Smartphone-Experimente und Modellbildung

## Eine gewinnbringende Verbindung für einen kontextorientierten Physikunterricht

Patrik Vogt, Christoph Fahsl, Thomas Wilhelm & Lutz Kasper

### 1. Einleitung

#### 1.1 Smartphone-Experimente außerhalb des Klassenraums

Nachdem Smartphones und Tablets große Verbreitung bei Jugendlichen gefunden haben, werden sie mittlerweile auch im Physikunterricht verwendet [1]. Neben allseits bekannten negativen Effekten im Schulalltag können Smartphones und Tablets den Physikunterricht an vielen Stellen bereichern; zum Beispiel bei der Dokumentation und Auswertung von Experimenten mittels Foto- bzw. Videofunktion, beim Austausch von Dateien unter Nutzung verschiedener Schnittstellen, bei der Durchführung von Internetrecherchen oder beim Einsatz der mobilen Endgeräte als Mess- und Experimentiermittel. Die in ihnen verbauten Sensoren ermöglichen originelle experimentelle Zugänge und teils überraschende Interpretationen bekannter Standardexperimente. Unser Projekt legt den Fokus auf den letztgenannten Punkt, in welchem die in Smartphones und Tablets verbauten Sensoren zur Durchführung quantitativer Schulversuche genutzt werden. Dabei sollen die wesentlichen Vorteile der Geräte genutzt werden, die sich in ihrer starken Verbreitung bei den Jugendlichen und in ihrer hohen Mobilität zeigen. Sie ermöglichen das „Herausgehen“ aus dem Physiksaal, die Auslagerung und Vertiefung experimenteller Inhalte in Form von Hausaufgaben sowie die experimentelle Erschließung von Alltagskontexten. Die Datenerfassung erfolgt somit unter realistischen Gegebenheiten und nicht wie im Schulunterricht oftmals üblich unter idealisierten Laborbedingungen, welche bei der Datenauswertung eine Vernachlässigbarkeit von Reibungskräften fordern. Dadurch soll nicht zuletzt auch der Schülerwahrnehmung entgegengewirkt werden, die Physik sei etwas, was nur im Physiksaal vorhanden ist und „mit der Welt da draußen“ nicht wirklich etwas zu tun hat [2] (Stichwort „Kontextorientierung“).

#### 1.2 Verbindung von Smartphone-Physik und Modellbildung

Möchte man die im Alltag aufgezeichneten Daten mit einem theoretischen Modell vergleichen, so stößt man jedoch selbst bei einfachen Mechanikexperimenten rasch an die Grenzen des für die Lernenden mathematisch Machbaren – Reibungsprozesse sind im Alltag immer präsent und können für eine möglichst exakte Modellierung zumeist nicht vernachlässigt werden. Für eine analytische Lösung müssten die Schülerinnen und Schüler jedoch Differentialgleichungen lösen, was auch in der Sekundarstufe II noch nicht Gegenstand des Unterrichts ist. An dieser Stelle kommt der Vorteil von Modellbildungsprogrammen

zum Tragen, welche den Lernenden nach Eingabe eines Kraftansatzes quasi auf Knopfdruck die numerische Lösung des Problems als Diagramm und Wertetabelle bereitstellt. Diese Daten können von der Modellbildungssoftware exportiert und mit den Sensordaten verglichen werden. Der Vergleich von selbst erfassten Daten mit dem Ergebnis einer Modellbildung stellt somit eine ausgezeichnete Möglichkeit dar, der immer wieder erhobenen Forderung nach einer stärkeren Kontextorientierung des Physikunterrichts Rechnung zu tragen.

Als Beispiel für einen solchen Vergleich wird im vorliegenden Artikel der Ausrollvorgang eines Fahrzeugs behandelt, der schließlich auch zur Bestimmung des Strömungswiderstandskoeffizienten herangezogen wird. Weitere interessante Alltagsphänomene für einen Vergleich von erfassten und modellierten Daten sind beispielsweise Wurfbewegungen im Bereich des Sports, ein Fallschirm- oder ein Bungeesprung, die Frequenz von Kirchenglocken [3, 4] wie auch Energieumwandlungen beim Sporttreiben [5, 6]. Je nach Situation können neben einem Smartphone zur Datenerfassung natürlich auch andere Sensoren oder die Videoanalyse zum Einsatz kommen.

### 2. Theoretischer Hintergrund

Es wird ein Verfahren vorgestellt, mit dem allein mittels des Beschleunigungssensors im Smartphone der Strömungswiderstandskoeffizient (kurz  $c_w$ -Wert) eines Autos wie auch die Reibungskraft in den Radnaben bestimmt werden kann. Im schulischen Kontext wird die Luftreibung zwar erwähnt, im weiteren Unterrichtsverlauf – insbesondere bei quantitativen Analysen – jedoch größtenteils vernachlässigt. Motiviert durch die Tatsache, dass diese physikalische Größe wohl aufgrund ihrer schwierigen Messbarkeit an Beachtung verliert, entstand dieser Versuchsaufbau. Das prinzipielle Vorgehen, nämlich die Untersuchung von Ausrollvorgängen, ist nicht neu und wurde bereits vielfach publiziert. Zum Einsatz kamen hierbei bisher GPS-Empfänger (z. B. [7, 8]) sowie die in den Fahrzeugen verbauten Tachometern (z. B. [9, 10]). Wir möchten an dieser Stelle ein weiteres Verfahren vorschlagen, bei dem zur Bestimmung des Geschwindigkeitsverlaufs lediglich die in Smartphones verbauten Beschleunigungssensoren zum Einsatz kommen. Zusätzlich werden die Messwerte dem Ergebnis einer Modellbildung gegenübergestellt.

Wir betrachten ein Auto der Masse  $m$ , das zunächst auf das Tempo  $v_0$  beschleunigt, ehe der Fahrer auskuppelt und das Auto ausrollen lässt. Während des Ausrollens wirkt auf das Auto die Luftwiderstandskraft  $F_L$  und eine konstante Rollreibungskraft, weshalb es nach und nach an Tempo verliert. Die Rollreibungskraft lässt sich aufteilen in eine Rollreibungskraft  $F_R$  der Räder auf den Boden sowie die Nabenreibung  $F_N$ . Es gilt:

$$m \cdot a = F_L + F_R + F_N = \frac{1}{2} c_w \rho A v^2 + \mu_R m g + F_N \quad (1)$$

bzw.

$$a = \frac{1}{2} \frac{c_w \rho A}{m} v^2 + \mu_R g + \frac{F_N}{m} \quad (2)$$

Trägt man für den Ausrollvorgang den Beschleunigungsbetrag  $a$  und das Geschwindigkeitsquadrat in einem Koordinatensystem gegeneinander auf, so erhält man entsprechend oben formulierter Gleichung eine Gerade der Steigung

$$k = \frac{c_w \rho A}{2m} \quad (3)$$

und dem Ordinatenabschnitt

$$a_0 = \mu_R g + \frac{F_N}{m} \quad (4)$$

Allein die Messung des Beschleunigungsverlaufs und der Bestimmung des Tempos beim Ausrollen ermöglicht somit die Bestimmung des  $c_w$ -Werts der Luftreibung und die geschwindigkeitsunabhängige Rollreibung auf dem Boden und in der Nabe. Bei bekanntem Rollwiderstandskoeffizienten kann sogar die Nabenreibung ermittelt werden.

Das Smartphone liefert direkt die zeitabhängige Beschleunigung, die allerdings noch geglättet werden muss. Der Geschwindigkeitsbetrag muss dagegen erst durch numerisches Integrieren aus den Beschleunigungsdaten gewonnen werden.

Liest man direkt das Tempo vom Tachometer ab, muss man umgekehrt durch numerisches Differenzieren erst den Beschleunigungsbetrag aus dem Tempo ermitteln. Jedoch sind die Zahl der zu erzielenden Datenpunkte gering und der Ablesefehler des Geschwindigkeitsbetrages recht hoch. Hinzu kommt ein durch den Gesetzgeber vorgeschriebener Tachovorlauf, der laut EU-Richtlinie bis zu 10 % nach oben vom realen Wert abweichen darf, zuzüglich weiteren 4 km/h [11, 12]. Bei einem gefahrenen Tempo von 130 km/h darf die Tachoanzeige somit bereits um 17 km/h abweichen, was die Messergebnisse erheblich beeinflussen würde.

Bei einer Messung mittels GPS ist das Problem, dass eigentlich nur Orte gemessen werden und man sowohl das Tempo durch numerisches Differenzieren des Ortes als auch den Beschleunigungsbetrag durch numerisches Differenzieren des Tempos ermitteln muss. Hierbei ist es wichtig, den vom GPS-Gerät bzw. von der GPS-App ermittelten Geschwindigkeitsbetrag heranzuziehen, der durch interne Glättungsverfahren besser ist, als wenn man selbst aus den Orten das Tempo ermitteln würde [7].

### 3. Versuchsdurchführung

Die wirksame Fläche bei einem Fahrzeug wurde mittels Zeichenprogramm ermittelt (Abbildung 1), wobei die Breite des Kennzeichens als Maßstab berücksichtigt wurde. Alternativ kann auch die Breite des Fahrzeugs als Maßstab dienen oder auch die Lassofunktion des Zeichenprogramms zum Einsatz kommen. Letztgenannte liefert nach der Umrandung des Fahrzeugs dessen Pixelzahl und unter Berücksichtigung der Pixelzahl des Nummernschilds die gesuchte Querschnittsfläche.



**Abbildung 1:** Die wirksame Fläche entspricht der Differenz aus der rot und der weiß markierten Fläche, welche mittels Zeichenprogramm ermittelt wurde.

Zur Versuchsdurchführung wurde das Smartphone in horizontaler Lage hinter der Mittelkonsole derart angebracht, dass seine Längsachse und somit die  $y$ -Achse des dreidimensionalen Beschleunigungssensors in Fahrtrichtung zeigt. Für den Ausrollvorgang selbst genügt ein gerader Autobahnabschnitt ohne Höhenänderung. Da aber der Geschwindigkeitsbetrag durch Integration bestimmt werden soll, muss das Auto aus dem Stand beschleunigt werden. So bietet sich ein Autobahnabschnitt an, an dessen Beginn sich ein Parkplatz oder eine Raststätte befindet (Abbildung 2).



**Abbildung 2:** Google-Maps-Darstellung der genutzten Teststrecke; der Autobahnparkplatz befindet sich links oben.

Vor dem Auffahren auf die Autobahn wird die Beschleunigungsmessung gestartet. Hierzu eignen sich zahlreiche Apps, z. B. Accelerometer Data Pro [13], SPARKvue [14, 15] oder phyphox [16]. Beim Erreichen der gewünschten Höchstgeschwindigkeit (z. B. 130 km/h) kuppelt der Fahrer aus und lässt das Auto bis zu einem Tempo von etwa 80 km/h ausrollen, die Messung wird beendet. Um die eigene Sicherheit und die

anderer Verkehrsteilnehmer nicht zu gefährden, ist die Messung unbedingt von einer zweiten Person und nicht vom Fahrer selbst durchzuführen!

## 4. Geschwindigkeitsverlauf und erste Modellierung

### 4.1 Auswertung der Beschleunigungsdaten

Die Abbildung 3 zeigt den Verlauf der relevanten Beschleunigungskomponente der gesamten Bewegung. Grau sind die gemessenen Werte eingezeichnet, blau ist eine Glättung mit Hilfe der Software „measure“ [17]. Die ersten 30 Sekunden beschreiben den Beschleunigungsvorgang – man kann hier gut die Schaltvorgänge beobachten –, danach wurde ausgekuppelt und der Ausrollvorgang begonnen.

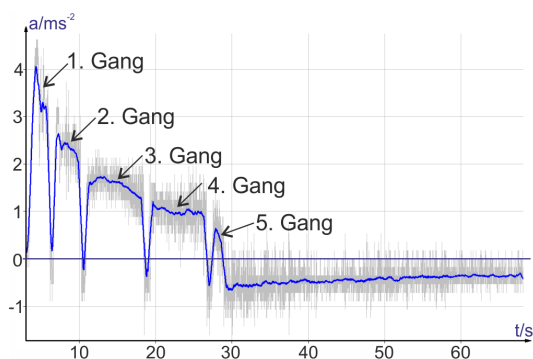


Abbildung 3: Verlauf der Beschleunigungskomponente  $a_y$  während der gesamten Fahrt (grau: Rohwerte, blau: Glättung)

Integriert man den Beschleunigungsverlauf über die Zeit, so ist der Wert des Integrals zu jedem Zeitpunkt ein Maß

für die entsprechende Geschwindigkeitskomponente  $v_y$  des Autos und damit auch für den Geschwindigkeitsbetrag  $v$ . Der Geschwindigkeitsverlauf der Abbildung 4 wurde durch numerische Integration mit Hilfe der Software „measure“ [17] aus den geglätteten Beschleunigungsdaten ermittelt.

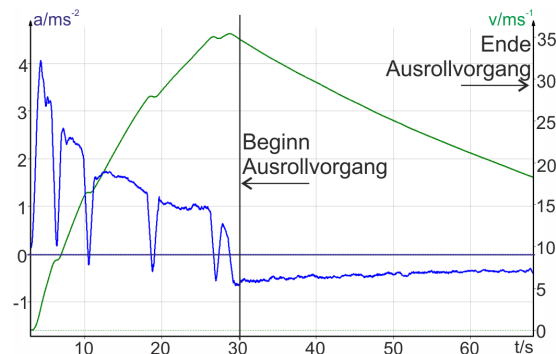


Abbildung 4:  $v_y(t)$ - und  $a_y(t)$ -Diagramm der Autofahrt

Im Versuch ergab sich bei dem Auto eine angeströmte Querschnittsfläche von  $A = (2,22 \pm 0,05) \text{ m}^2$ . Die Masse des Autos betrug  $m = (1430 \pm 5) \text{ kg}$  und die Luftdichte  $\rho = (1,20 \pm 0,05) \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ . Bei der Dichte der Luft ist zu beachten, dass Literaturwerte auf die gültige Höhe über dem Meeresniveau und auf die herrschende Lufttemperatur umgerechnet werden müssen.

### 4.2 Modellierung mit Newton-II

Zur Modellierung des Ausrollvorgangs kam das kostenfreie Modellbildungsprogramm „Newton-II“ zum Einsatz, welches an der Universität Würzburg entwickelt wurde [18] und sich

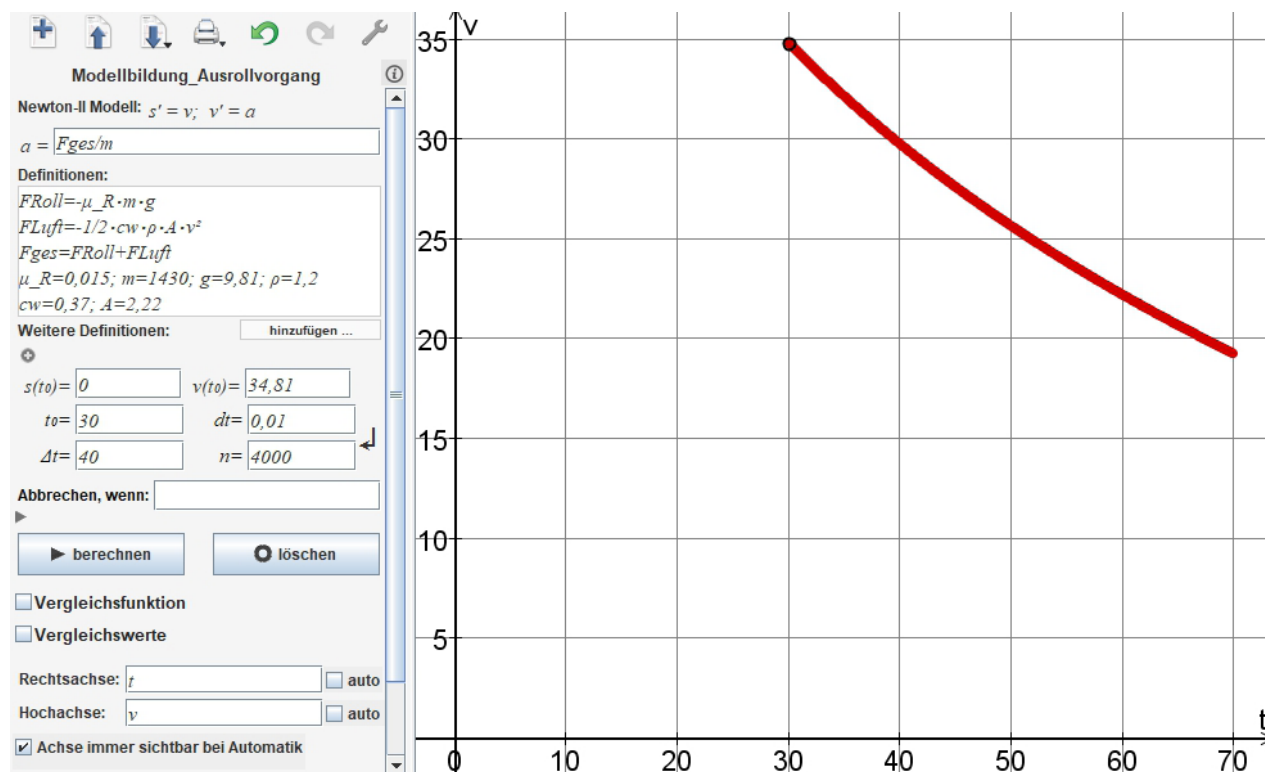


Abbildung 5: Screenshot der Modellierung mit Newton-II



durch seine gute Benutzerfreundlichkeit von vergleichbaren Programmen absetzt. Die Modellierung des Ausrollvorgangs erfolgt zunächst auf Grundlage der Literaturwerte für  $c_w = 0,37$  [19] und  $\mu_R = 0,015$  [20] sowie unter Vernachlässigung der Nabenreibung. Sie startet bei  $t = 30$  s mit einer experimentell bestimmten Anfangsgeschwindigkeit von 34,8 m/s (siehe Abbildung 5).

### 4.3 Vergleich von Modell und Experiment

Vergleicht man die Modellierung mit dem Realexperiment, so kann festgestellt werden, dass das Modell die Wirklichkeit recht gut beschreibt (siehe Abbildung 6). Am Ende des Ausrollvorgangs weicht die experimentell bestimmte Geschwindigkeit um ca. 8 % vom theoretischen Wert ab. Auffallend ist, dass das tatsächliche Tempo etwas schneller abnimmt, was mit der Vernachlässigung der Nabenreibung im theoretischen Modell begründet werden kann. Eine Verbesserung der Modellierung kann durch Berücksichtigung der Nabenreibung und des experimentell bestimmten Strömungswiderstandskoeffizienten erreicht werden (Abschnitt 5.2).

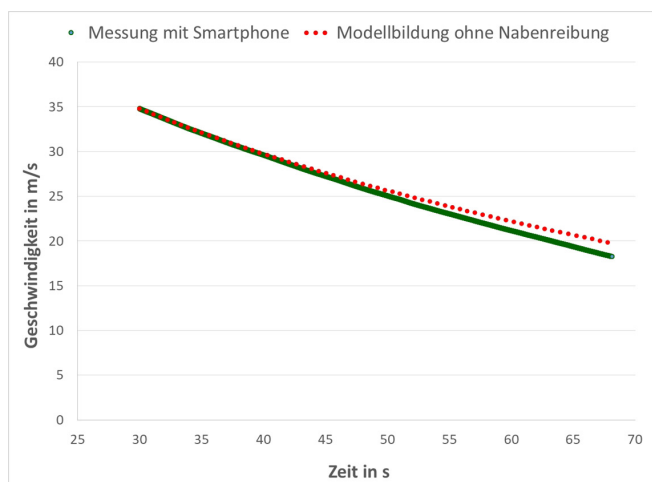


Abbildung 6: Gegenüberstellung von modellierten und realen Daten

## 5. Bestimmung des Strömungswiderstandskoeffizienten, der Nabenreibung und Anpassung des Modells

### 5.1 Ermittlung von $c_w$ und $F_N$

Zur Bestimmung des Strömungswiderstandskoeffizienten  $c_w$  und der Nabenreibung  $F_N$  wurde in Abbildung 7 der Beschleunigungsbetrag gegen das Geschwindigkeitsquadrat für den Ausrollvorgang aufgetragen. Nach Durchführung einer linearen Regression können der Achsenabschnitt  $a_0$  und die Steigung  $k$  bestimmt werden. Aus diesen beiden Größen können mit den Gleichungen (3) und (4) der  $c_w$ -Wert  $c_w = \frac{k \cdot 2m}{\rho \cdot A}$ , die gesamte Rollreibungskraft  $a_0 \cdot m$  und unter Annahme eines Rollreibungskoeffizienten von  $\mu_R = 0,015$  [20] die Nabenreibung

$$F_N = a_0 m - \mu_R m g \quad (5)$$

berechnet werden. Für drei Messwiederholungen ergeben sich die in Tabelle 1 und Tabelle 2 dargestellten Ergebnisse.

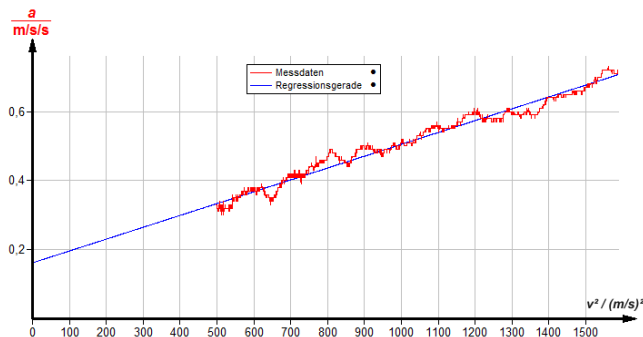


Abbildung 7: Beschleunigungsbetrag in Abhängigkeit des Geschwindigkeitsquadrats für den Ausrollvorgang

Tabelle 1: Die aus den Ordinatenabschnitten resultierenden Nabenreibungen inklusive der Unsicherheiten ( $a_0$  mittels linearer Regression bestimmter Ordinatenabschnitt,  $\Delta a_0$  Fehler des Ordinatenabschnittes,  $R^2$  Bestimmtheitsmaß,  $F_R$  Rollreibungskraft,  $F_N$  Nabenreibung,  $\Delta F_N$  Fehler der Nabenreibung)

Messung	$a_0$ in $\text{ms}^{-2}$	$\Delta a_0$ in $\text{ms}^{-2}$	$R^2$	$F_R + F_N$ in N	$F_N$ in N	$\Delta F_N$ in N
1	0,1627	$0,9 \cdot 10^{-3}$	0,97	232,7	22,2	1,3
2	0,3568	$2,2 \cdot 10^{-3}$	0,97	510,2	300,0	3,0
3	0,2517	$0,8 \cdot 10^{-3}$	0,94	359,9	149,5	1,1

Tabelle 2: Bestimmung des Strömungswiderstandskoeffizienten aus der Steigung  $k$  der Regressionsgeraden für drei Messwiederholungen

Messung	$k$ in $\text{m}^{-1}$	$\Delta k$ in $\text{m}^{-1}$	$c_w$	$\Delta c_w$
1	$0,343 \cdot 10^{-3}$	$0,9 \cdot 10^{-6}$	0,368	0,017
2	$0,3029 \cdot 10^{-3}$	$0,13 \cdot 10^{-6}$	0,325	0,016
3	$0,2674 \cdot 10^{-3}$	$0,11 \cdot 10^{-6}$	0,287	0,013

Bildet man die gewichteten Mittel aus den drei Messungen, so ergibt sich das Endergebnis zu  $F_N = 126$  N und  $c_w = 0,320$ . Für die Nabenreibung konnte kein Literaturwert gefunden werden, der  $c_w$ -Wert wird für das im Experiment verwendete Automodell vom Hersteller mit 0,37 angegeben [19] und stimmt somit sehr gut mit dem Messergebnis überein. Beim Nachschlagen des Luftwiderstands des jeweiligen Fahrzeuges ist es wichtig, den genauen Fahrzeugtyp zu kennen, da sich innerhalb der verschiedenen Baureihen durchaus größere Unterschiede bzgl. des  $c_w$ -Wertes ergeben. Äußere Einflüsse wie Gegen- bzw. Rückenwind sowie leichte Unebenheiten in der Fahrbahn können Abweichungen verursachen.

Betrachtet man aber die Tatsache, dass lediglich ein Smartphone zur Bestimmung dieser physikalischen Größen herangezogen wurde (in der bisherigen Praxis erfolgen die  $c_w$ -Wert-Bestimmungen anhand aufwändiger Experimente in teuren Windkanälen), bewegt sich das Ergebnis erstaunlich nahe um den Literaturwert.

Zusätzlich wurden die Messungen mit einem Volkswagen T3 Bus, mit einem Feuerwehrauto als Beispiel für einen Lkw und – zur Umsetzung des Experiments am Ende der Sekundarstufe 1 – mit dem Fahrrad wiederholt (Abbildung 8). Auch hier

ergeben sich, bei sonst analogem Vorgehen, reproduzierbare und mit der Literatur gut übereinstimmende Ergebnisse für den  $c_w$ -Wert (Tabelle 3).



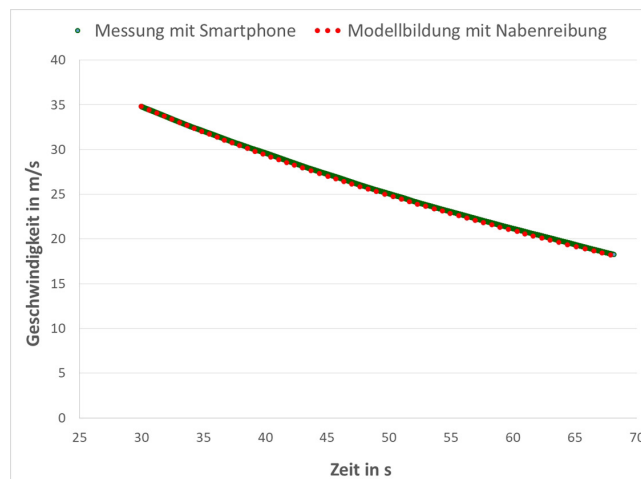
**Abbildung 8:** Zusätzlich zum VW Beetle genutzte Fahrzeuge (links: Feuerwehrauto von MAN, rechts: Herrentourenrad)

**Tabelle 3:** Versuchswiederholung mit einem VW T3 Bus, einem Feuerwehrauto und einem Herrentourenrad

Größe	Volkswagen T3 Bus	Feuerwehrauto	Fahrradfahrer
Masse $m$	(2000 ± 5) kg	12 442 kg	(86,5 ± 0,1) kg
wirksame Fläche $A$	(3,17 ± 0,05) m <sup>2</sup>	(4,90 ± 0,05) m <sup>2</sup>	(0,6 ± 0,05) m <sup>2</sup>
Luftdichte $\rho$	(1,20 ± 0,05) kgm <sup>-3</sup>	(1,20 ± 0,05) kgm <sup>-3</sup>	(1,20 ± 0,05) kgm <sup>-3</sup>
Literaturwerte			
$\mu_R$ (Reifen auf Asphalt)	0,01 [21]	0,006-0,020 [20]	0,0022-0,005 [24]
$c_w$ -Wert	0,51 [22]	0,8-1,5 [23]	1,0 [25]
Experimentelle Ergebnisse			
$c_w$ -Wert	0,501 ± 0,023	1,49 ± 0,07	1,12 ± 0,07

### 5.2 Angepasstes Modell vs. Experiment

Für die nachfolgende Graphik wurde die Modellierung mit Newton-II nochmals durchgeführt, nun jedoch mit dem experimentell bestimmten Strömungswiderstandskoeffizienten von  $c_w = 0,32$  und unter Berücksichtigung der Nebenreibung von 126 N. Da diese Größen regressionsanalytisch aus den experimentellen Daten ermittelt wurden, ist die deutlich bessere Passung zwischen Modell und Theorie nicht erstaunlich. Diese zeigt aber eindrucksvoll, dass der Ausrollvorgang durch den gewählten Kraftansatz sehr gut beschrieben werden kann (Summe aus einem geschwindigkeitsunabhängigen mit einem quadratisch von der Geschwindigkeit abhängigen Term).



**Abbildung 9:** Gegenüberstellung der angepassten Modellierung mit den realen Daten

## 6. Zusammenfassung und Ausblick

Smartphones stellen ein vollwertiges Messwerterfassungssystem dar und ermöglichen einen niedrighschwelligem Zugang zu physikalischen Messverfahren (im Übrigen wird in manchen Bundesländern, so z. B. in Baden-Württemberg, der Einsatz der Smartphones als Messwerterfassungssystem von den aktuellen Bildungsplänen explizit gefordert). Aufgrund ihrer starken Verbreitung bei den Jugendlichen und ihrer hohen Mobilität können experimentelle Inhalte in Hausaufgaben ausgelagert sowie Alltagsphänomene experimentell erschlossen werden. Im Gegensatz zu Laborexperimenten erfolgen diese Analysen jedoch stets unter realistischen Bedingungen, sodass für eine möglichst exakte Beschreibung der Daten nicht zu stark idealisiert werden darf. Zum Beispiel können Reibungseffekte oftmals nicht vernachlässigt werden. Obwohl die Lernenden keine Differentialgleichungen lösen können, gelingt ihnen dies unter Verwendung eines Modellbildungsprogramms. Der Vergleich von im Alltag erfassten Daten mit den Ergebnissen einer Modellbildung stellt somit eine ausgezeichnete Möglichkeit dar, der ständig erhobenen Forderung nach einer stärkeren Kontextorientierung des Physikunterrichts im besonderen Maße Rechnung zu tragen.

**Dr. Patrik Vogt** Realschule plus im Alfred-Grosser-Schulzentrum, Bad Bergzabern

**Prof. Dr. Thomas Wilhelm** Institut für Didaktik der Physik, Goethe-Universität Frankfurt am Main

**StR Christoph Fahsl** Bertolt-Brecht-Schule Nürnberg

**Prof. Dr. Lutz Kaspar** Pädagogische Hochschule Schwäbisch Gmünd

## Literatur

- [1] Wenzel, M.; Wilhelm, T. (2015): Erhebung zum Einsatz Neuer Medien bei Physik-Gymnasiallehrkräften - In: PhyDid-B - Didaktik der Physik – Frühjahrstagung 2015, www.phydid.de.
- [2] Müller, R. (2006): Kontextorientierung und Alltagsbezug. In: Mikelskis, H. F. (Hrsg.), Physikdidaktik (S. 102-118). Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor.
- [3] Vogt, P.; Kasper, L. (2015): Der Klang von Kirchenglocken: Experimentelle und empirische Untersuchung eines wohlbehüteten Geheimnisses. In: PdN-PhiS 7/64, S. 23-27.
- [4] Vogt, P.; Kasper, L. (2016): Der Klang von Kirchenglocken – Eine Ergänzung. In: PdN-PhiS 2/65, S. 48-49.
- [5] Vogt, P.; Kasper, L. (2014): Energieumwandlung beim Laufen. Experimente und Modellierung mithilfe von Smartphones. In: Naturwissenschaften im Unterricht Physik 143, S. 39-41.
- [6] Haar, D.; Vogt, P.; Mikelskis-Seifert, S.; Kasper, L. (2017): Energieumwandlung beim Fahrradfahren: Modellierung und experimentelle Untersuchung mithilfe von Fitness-Apps. In: Bresges, A.; Mähler, L.; Stephani, R.; Pallack, A., MINT-Themenspezial. MINT mit Medien produktiv gestalten. S. 22-33.
- [7] Braun, M.; Wilhelm, T. (2008): Das GPS-System im Unterricht. In: Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule 57, Nr. 4, S. 20 – 27.
- [8] Ehlers C.; Backhaus, U. (2006): Analyse von Alltagsbewegungen mit GPS. CD zur Frühjahrstagung des Fachverbandes Didaktik der Physik in der Deutschen Physikalischen Gesellschaft, Physikertagung Kassel 2006.
- [9] Kwasnoski, J.; Murphy, R. (1985): Determining the aerodynamic drag coefficient of an automobile. In: American Journal of Physics 53, 776.
- [10] Ross, M.; DeCicco, J. (1994): Measuring the Energy Drain on Your Car In: Scientific American Volume 271, 6 S. 112-115.
- [11] Wie genau muss der Autotacho sein? In: Focus online. Verfügbar unter: [http://www.focus.de/auto/ratgeber/auto-abc/auto-wie-genau-muss-der-autotacho-sein\\_aid\\_888296.html](http://www.focus.de/auto/ratgeber/auto-abc/auto-wie-genau-muss-der-autotacho-sein_aid_888296.html)
- [12] Vogt, P. (2018): Untersuchung der Tachometervoreilung mittels Navigationsgerät oder Smartphone. In: Naturwissenschaften im Unterricht Physik 163, S. 49-50.
- [13] Downloadmöglichkeit der App „Accelerometer Date Pro“: <https://itunes.apple.com/us/app/accelerometer/id499629589>
- [14] Downloadmöglichkeit der App „SPARKvue“ für iOS: <https://itunes.apple.com/de/app/sparkvue/id361907181>
- [15] Downloadmöglichkeit der App „SPARKvue“ für Android: <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.isbx.pasco.Spark&hl=de>
- [16] Downloadmöglichkeit der App „phyphox“: <https://itunes.apple.com/de/app/phyphox/id1127319693>
- [17] Downloadmöglichkeit der Software „measure“ von Phywe: <https://www.phywe.de/de/top/downloads/softwaredownload/>
- [18] Newton-III: <https://did-apps.physik.uni-wuerzburg.de/Newton-III/Newton-Downloads/>
- [19] Volkswagen (2011); Runde Sache. (Testbericht, nicht mehr online verfügbar)
- [20] Wikipedia, Internetenzyklopädie (2014), Stichwort: „Rollwiderstand“. Verfügbar unter: <http://de.wikipedia.org/wiki/Rollwiderstand>
- [21] Stöcker, H. (2010): Taschenbuch der Physik, Harri Deutsch Verlag
- [22] VW Bus Forum (2014), nicht mehr online verfügbar.
- [23] Joachim Herz Stiftung. Internetportal Leifi-Physik, verfügbar unter: <http://www.leifiphysik.de/themenbereiche/reibung-und-fortbewegung/luftwiderstand>
- [24] BikeTech review (2010): Verfügbar unter: [http://www.biketechreview.com/tires/images/AFM\\_tire\\_testing\\_rev8.pdf](http://www.biketechreview.com/tires/images/AFM_tire_testing_rev8.pdf)
- [25] Wilson, D. G. (2004): *Bicycling Science*. The Mit Press.

# System-Modellierung über Veränderungsgrößen mit Fluxion

Stephan Lück

## 1. Einleitung

Will man Entwicklungen von physikalischen oder nicht-physikalischen Vorgängen modellieren, so ist die Veränderung einer abhängigen Größe, die sich aus der Veränderung einer Einflussgröße ergibt, von zentraler Bedeutung. Üblicherweise werden solche Systeme mathematisch mittels der Ableitung 1. oder höherer Ordnung einer gesuchten Größe von den Einflussgrößen über Differentialgleichungen (DGL) modelliert. Die Mannigfaltigkeit der so behandelbaren Systeme ist immens und sogar die Zahl der Probleme, die sich auf ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen erster Ordnung reduzieren lassen ist unüberschaubar groß und umfasst die meisten relevanten Bereiche der Physik oder anderer Wissenschaften, sodass wir uns ohne groß einzuschränken auf diese beschränken wollen.

In der Schule (insbesondere unterhalb der Oberstufe) kann man, da der Ableitungsbegriff noch nicht zur Verfügung steht, die beschriebene Modellierung eines Problems anschaulich über so genannte Veränderungsdaten durchführen. Aus der Problemstellung ergibt sich die unabhängige Größe, sehr oft beispielsweise die Zeit, unter deren Ablauf sich die relevanten Größen des Systems verändern. Man modelliert nun, mit welcher Rate sich die Systemgrößen verändern. Eine Rate ist einfach die Veränderung einer Systemgröße pro Einheit der unabhängigen Größe.

Der Begriff der Rate lässt sich den Lernenden i. d. R. recht gut vermitteln, da sie bereits im Alltag (z. B. über Zinsen oder Spritverbrauch) mit dem Prinzip der Formulierung einer Veränderung pro Zeit-, Längeneinheit o.ä. in Berührung kommen. Da im Alltag oftmals andere Begriffe verwendet werden, muss man den Lernenden die neue Begrifflichkeit mit deren Erfahrung in Beziehung setzen. Dann entwickelt sich zumeist recht schnell eine gewisse Intuition für die Veränderungsdaten, was die Modellierung erheblich erleichtert.

Modelliert man das zu betrachtende System in der mathematischen Form  $Rate_n = f_n(...)$ , wobei die Punkte für alle möglichen System- und Einflussgrößen stehen, so entspricht dies einer Formulierung einer zur ersten Ableitung aufgelösten Differentialgleichung (s.o.). Systeme, die sich in dieser Weise beschreiben lassen, können sehr einfach mit dem im folgenden beschriebenen Programm „Fluxion“ [1] berechnet und analysiert werden. Vorteile und weitere didaktische Aspekte der mathematischen Modellierung in der Lehre sind in [2, 3, 4] beschrieben.

## 2. Das Programm Fluxion

Mit dem Programm Fluxion lassen sich über Ratengleichungen formulierte Systeme schnell und komfortabel berechnen. Es bietet eine intuitive Benutzeroberfläche für einen einfachen Zugang und stellt zugleich umfangreiche Funktionen bereit, die es erlauben, auch komplexere Probleme zu behandeln. Die Eingabe des mathematischen Modells erfolgt direkt über die Eingabe der Ratengleichung (bei vektoriiellen Problemen komponentenweise) und der Anfangsbedingungen in den entsprechenden Eingabefeldern.

Über den Start-Button wird die Berechnung gemäß den Vorgaben gestartet und die Lösung bei nicht allzu umfangreichen Berechnungen instantan im rechts daneben befindlichen Diagramm angezeigt (siehe Abbildung 1). Die Berechnung erfolgt schrittweise mit einer vorgegebenen Schrittweite, die man passend (also genügend klein, aber nicht zu klein) wählen sollte. Bei zu grober Schrittweite werden die Berechnungen ungenau, was bedeutet, dass die berechneten Werte immer weiter von der tatsächlichen Lösung abweichen. Zu kleine Schrittweiten bedingen einerseits eine unnötig lange Berechnungszeit wie auch einen unverhältnismäßig hohen Speicherbedarf. Zur Berechnung stehen verschiedene Berechnungsverfahren zur Verfügung, die in den Einstellungen ausgewählt werden können. Besonders bei unbekanntem Systemverhalten sollte man das Runge-Kutta-Verfahren mit Schrittweitensteuerung auswählen, da hier die Abfolge der Berechnungsschritte adaptiv angepasst wird, falls die Abweichungen zu groß werden. (Der etwas höhere Berechnungsaufwand tritt erst bei sehr aufwändigen und langen Berechnungen zu Tage.)

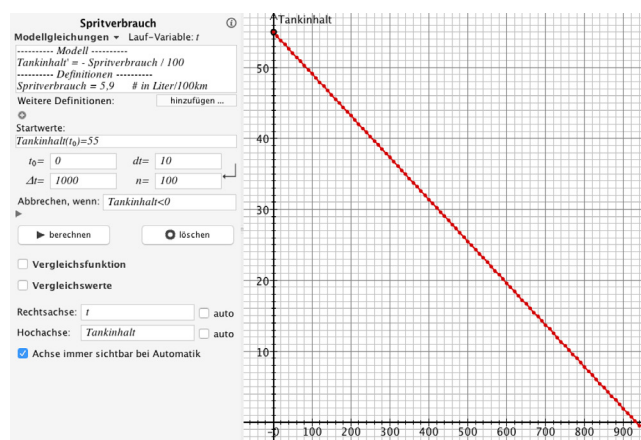


Abbildung 1: Bildschirmfoto der Modellierung des Tankinhalts eines PKW bei konstantem Spritverbrauch mit Fluxion.

Neben der Berechnung der numerischen Lösung der eingegebenen Modellierung des Systems bietet das Programm weitere Tools an, die es erlauben das Verhalten des Systems und die Güte der Modellierung im Vergleich zur Realität näher zu untersuchen. Für komplexere Systeme stehen ebenfalls Methoden zur Verfügung, wie zum Beispiel Bedingungen oder Tabellenfunktionen, um bekannte (gemessene) Realeinflüsse im Modell zu implementieren. Diese zusätzlichen Möglichkeiten sprengen allerdings den Rahmen dieses Artikels und können bei Bedarf auf der Webseite des Programms angebotenen Tutorial [5] nachgelesen werden.

Im folgenden Abschnitt soll nun die Vorgehensweise der Modellierung von Systemen mittels Veränderungsgrößen anhand von einfachen Beispielen aus verschiedenen Gebieten (Technik, Wirtschaft, Biologie, Physik) erläutert und so die Einsatzmöglichkeiten des Programms in der Lehre (Schule und untere Semester an Hochschulen) aufgezeigt werden. An einigen Stellen werden Hinweise zur Vertiefung oder Erweiterung der Modelle angeboten, deren ausführliche Behandlung den Rahmen dieses Artikels sprengen würden. Die im Artikel behandelten Fluxion-Dokumente können unter [6] heruntergeladen werden. Diese enthalten im Informationsfester weitere Erläuterungen und Variations- bzw. Vertiefungsvorschläge.

### 3. Beispiele

#### 3.1 Spritverbrauch (Alltagsbeispiel zur Einführung)

Ein erstes sehr einfaches Beispiel, welches gut geeignet ist, um in das Konzept der Veränderungsgröße einzuführen, da es aus dem Alltag i.d.R. allen Schülern und Schülerinnen bekannt ist, befasst sich mit der Modellierung des Tankinhalts eines Autos bei einem bekannten Durchschnittsverbrauch in Liter pro 100 Kilometer. Also ist nach dem Tankinhalt nach einer bestimmten Zahl von gefahrenen Kilometern gesucht. Damit ist die Laufvariable festzulegen als Strecke  $s$ . Nun gilt es das Modell mit dem Konzept der Veränderungsrate aufzustellen.

Da der Motor Sprit aus dem Tank mit einer als konstant angenommenen Menge entnimmt, gilt für die Veränderungsrate (= Veränderung pro Strecke) des Tankinhalts:  $Tankinhalt' = -Spritverbrauch$ . Man beachte das Hochkomma, das angibt, dass es sich hier um die Veränderungsrate (Ableitung) handelt.

Zum vollständigen Modell fehlen nun noch die Anfangsbedingungen (z. B. Tankinhalt zu Beginn beträgt 55 Liter) und die Überlegung zu den Berechnungsschritten. Im angegebenen Beispiel wird die Laufvariable  $s$  in Kilometern von 0 bis 1000 km mit einer Schrittweite von 1 km berechnet, weshalb man auch den Spritverbrauch noch umrechnen muss, da er i.A. pro 100 km angegeben wird. Im Programm Fluxion kann dies nun exakt in dieser Form eingegeben werden (siehe Abbildung 1). Mit Definition der Achsenauftragung kann mit

Klick auf den Knopf „berechnen“ die numerische Rechnung gestartet werden und man sieht das Ergebnis sofort im rechts dargestellten Diagramm. Man erkennt einen linearen abnehmenden Verlauf, was zusätzlich durch Einzeichnen einer linearen Vergleichsfunktion bestätigt werden kann. Eine konstante Veränderungsrate ergibt also einen linearen Verlauf der eigentlichen Größe - eine erste wichtige Erkenntnis.

#### 3.2 Sparbuch (Alltagsbeispiel aus dem Bereich Wirtschaft und Finanzen)

In diesem Beispiel soll der Betrag eines Sparbuchguthabens über viele Jahre hinweg mit folgendem Szenario modelliert werden. Jemand steckt jeden Monat 10 € seines Taschengeldes in das Sparschwein und bringt den Inhalt jedes Jahr zur Bank, wo es mit einem gewissen festen Zinssatz verzinst angelegt wird. Das Modell ist wiederum recht intuitiv und einfach aufzustellen, wenn man sich überlegt, wie sich der Betrag auf dem Sparbuch im Laufe der Zeit (Laufvariable damit klar) verändert. Jedes Jahr kommt also das Geld aus dem Sparschwein und der Zinsbetrag hinzu. Demnach gilt für die Veränderungsgröße Guthabenänderung pro Jahr:

$$Guthaben' = Sparschweininhalt + Zinsen.$$

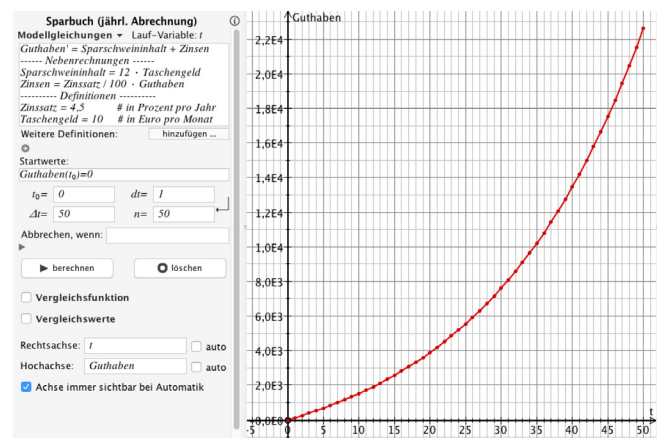


Abbildung 2: Bildschirmfoto der Modellierung der Entwicklung eines Sparbuch-Betrags im Laufe der Zeit mit Fluxion

Der Sparschweininhalt entspricht dem Zwölfwachen des monatlichen Sparbetrags und die Zinsen berechnen sich aus dem Zinssatz und dem aktuellen Guthaben auf dem Sparbuch. Das vollständige Modell inklusive Berechnung über einen Zeitraum von 50 Jahren ist in Abbildung 2 dargestellt. Man erkennt sofort den Zinseszinsseffekt (Nichtlinearität). Sehr hilfreich zum Verständnis ist das Verändern der Parameter des Modells (Zinssatz, Taschengeld) oder eine Variation, wie zum Beispiel eine monatliche Einzahlung mit monatlicher Verzinsung.

#### 3.3 Radioaktive Zerfallsreihe (Beispiel aus der Physik)

Eine strukturell mathematisch ähnliche Modellierung, nämlich, dass die Veränderung linear abhängig von den aktuellen Größen

ist, findet sich bei vielen Wachstumsvorgängen in der Natur und ebenso auch bei Zerfallsprozessen. Als Beispiel soll hier die Modellierung einer (abgekürzten) radioaktiven Zerfallskette dargestellt werden.

Ein Ausgangselement zerfällt mit einer gewissen Halbwertszeit  $TA$  in ein Element  $B$ , das wiederum mit einer Halbwertszeit  $TB$  in ein stabiles Element  $C$  zerfällt. Modelliert werden soll der Anteil der Elemente, die in einer Probe zu einem Zeitpunkt  $t$  vorhanden ist (in Prozent).

Die Modellierung ergibt sich recht einfach, wenn man mit der Bedeutung der Veränderungsgrößen vertraut ist. Pro Zeiteinheit zerfällt ein gewisser Anteil der vorhandenen Atome dieses Elements. Demnach gilt:

$$NA' = -\text{Anteil} \cdot NA.$$

Der Anteil (in den Modellgleichungen der Abbildung 3 mit  $\lambda A$  bezeichnet) ergibt sich aus dem Quotienten aus  $\ln(2)$  und der Halbwertszeit  $TA$ . Analog überlegt man sich die Veränderungen von Element B und C. Pro Zeiteinheit erhöht sich der Anteil von Element B durch die zerfallenen Atome von Element A (daher hier positives Vorzeichen) und durch den Zerfall vermindert sich der Anteil wiederum ähnlich zu A jedoch mit einer anderen Zerfallskonstante  $\lambda B$ . Element C ist stabil, also entfällt hier der abnehmende Anteil. In Abbildung 3 ist die Berechnung für eine Probe, die zu Beginn zu 100% aus Atomen des Elements A besteht, gezeigt.

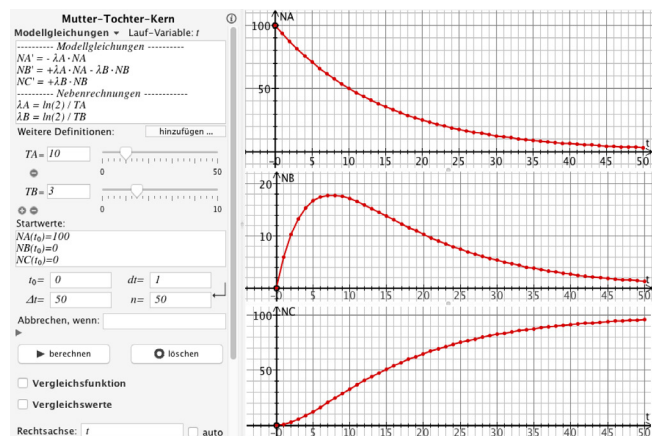


Abbildung 3: Bildschirmfoto der Modellierung der Anteile der Substanzen in einer Probe bei einer radioaktiven Zerfallskette

Um die Einflüsse der Halbwertszeiten auf das Ergebnis zu untersuchen, sind die Werte  $TA$  und  $TB$  als veränderbare Parameter durch Schieberegler definiert worden. Da durch das Einstellen des Parameters mit dem Schieberegler instantan die Berechnung neu erfolgt, lässt sich direkt ablesen, welche Einflüsse der jeweilige Parameter auf das Ergebnis der Modellierung hat. Man bekommt so eine gewisse Intuition für die Vorgänge, weshalb die Verwendung von Schieberegler sehr zu empfehlen ist.

### 3.4 Räuber-Beute Modellierung (Beispiel aus der Biologie)

In ähnlicher Weise lässt sich ein einfaches Räuber-Beute-Modell (nach Lotka und Volterra [7]) aus der Biologie aufstellen. Gegeben sind zwei Spezies (Beute B und Räuber R), deren Bestand mit einer jeweiligen Geburtenrate wächst und sich mit einer Sterberate vermindert. Dieses kann man analog zu Beispiel 3 im ersten Schritt in folgenden Ratengleichungen formulieren:

$$BAnz' = BGe埠urt - BSterb \quad \text{und} \quad RAnz' = RGe埠urt - RSterb,$$

wobei jeweils sich die Zu- und Abnahmen ebenfalls analog zu Beispiel 3 durch ‚Rate mal Bestand‘ berechnen (siehe Abbildung 4 im Modell unten).

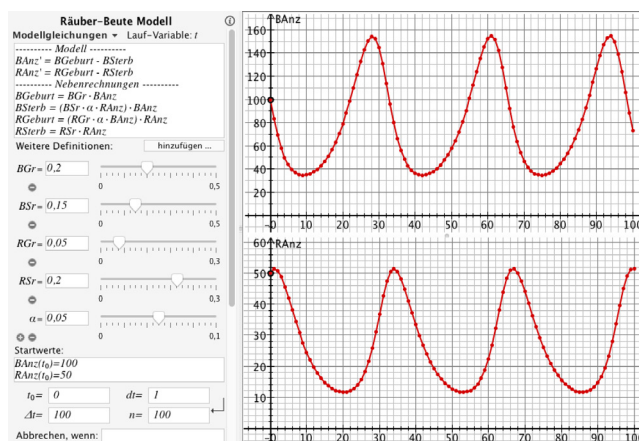


Abbildung 4: Bildschirmfoto der Modellierung eines Räuber-Beute-Modells nach Lotka und Volterra mit Fluxion

Gibt man dieses Vorabmodell in Fluxion ein und berechnet dessen Lösung, so findet man erwartungsgemäß, dass der Bestand konstant bleibt, wenn Geburten und Sterberaten der Spezies jeweils gleich sind, und sich ein exponentielles Wachstum ausprägt, wenn die Geburtenrate beispielsweise die Sterberate übersteigt.

Richtig interessant wird es nun, wenn man die beiden Spezies in Wechselwirkung treten lässt und damit die Gleichungen wechselseitig koppelt. Die Räuber begegnen mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit den Beutelebewesen und erhöhen so proportional zu ihrer Anzahl und proportional zu einem Kontaktparameter  $\alpha$  die Zahl der sterbenden Beutetiere. Umgekehrt erhöhen sich die Geburten der Räuber in erster Näherung proportional abhängig vom Kontaktparameter  $\alpha$  und der Zahl der Beutetiere.

Das so angepasste Modell ist im Feld für die Modellgleichungen in Abbildung 4 in das Programm Fluxion eingegeben und die rechten Diagramme zeigen die zeitlichen Verläufe der beiden modellierten Systemgrößen Beute-Anzahl und Räuber-Anzahl. Man erkennt u. a. das von Lotka beschriebene phasenverschobene Verhalten der Populationen. Über die Variation der Parameter lassen sich weitere Aussagen zum Modellverhalten finden. In ähnlicher Weise lässt sich auch eine

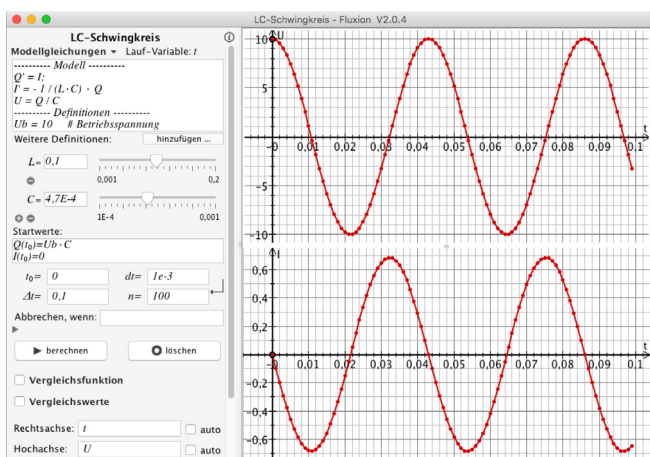
Modellierung für das Szenario zweier friedlicher Spezies, die um dieselben Ressourcen konkurrieren, aufstellen.

### 3.5 Ungedämpfter Elektromagnetischer Schwingkreis (Beispiel aus der Technik / Physik)

Als letztes Beispiel soll die Implementierung eines Schwingkreises, bestehend aus einer idealen Spule mit der Induktivität  $L$  und einem Kondensator mit der Kapazität  $C$ , beschrieben werden. Gesucht sind Strom- und Spannungsverlauf in Abhängigkeit von der Zeit. Mit Hilfe der Kirchhoff-Regeln findet man gemäß der Maschenregel  $U_C = U_L$  mit  $U_C = Q / C$  und  $U_L = -L \cdot I'$ . Daraus ergibt sich für die Veränderungsgröße  $I'$ :

$$I' = -1 / (L \cdot C) \cdot Q$$

Nun muss man noch  $Q$  modellieren, da sich  $Q$  ja auch systemgemäß mit der Zeit ändert (anschauliches Bild des Schwingkreises: Ladungen werden hin und her geschaufelt). Dieses ist sehr einfach, denn die Änderung der Ladung pro Zeit ist genau die Stromstärke  $I$ . Somit sind die Modellgleichungen für den Schwingkreis gefunden. Die Problemstellung forderte jedoch zudem die Ausgabe der Spannung  $U_C$ . Nachdem die Ladung  $Q$  durch die Lösung der Modellgleichungen zu jedem Zeitpunkt bekannt ist, kann die Spannung  $U_C$  gemäß  $U_C = Q / C$  direkt berechnet und dann vom Programm ausgegeben werden (siehe Abbildung 5).



**Abbildung 5:** Bildschirmfoto der Modellierung des Spannungs- und Stromverlaufs eines LC-Schwingkreises

### Literatur

- [1] <http://did-apps.physik.uni-wuerzburg.de/Fluxion> (Das Programm ist kostenlos verwendbar.)
- [2] Lück, S. & Wilhelm, T. (2011): Modellierung physikalischer Vorgänge am Computer. Modellbildungssysteme als Unterstützung zum Verständnis physikalischer Strukturen. Unterricht Physik, 22 (122), S. 26-31.
- [3] Mikelskis-Seifert, S.; Kaspar, L.: Modellieren in der Physik, im Alltag und im Unterricht. Hintergründe und unterrichtliche Orientierung zum Thema Modelle. In: NiU Physik 12 (2011), Heft 122, S. 48 - 56.
- [4] Schecker, H.; Klieme, E.; Niedderer, H.; Ebach, J.; Gerdes, J.: Physiklernen mit Modellbildungssystemen. Förderung physikalischer Kompetenz und systemischen Denkens durch computergestützte Modellbildungssysteme. Abschlussbericht zum DFG-Projekt. Bremen/ Berlin: Institut für Didaktik der Physik an der Universität Bremen/Max-Planck-Institut für Bildungsforschung Berlin, 1999.
- [5] Orth, J.: Tutorial zu Fluxion, [http://did-apps.physik.uni-wuerzburg.de/Download/Tutorial\\_Fluxion\\_Orth.zip](http://did-apps.physik.uni-wuerzburg.de/Download/Tutorial_Fluxion_Orth.zip)
- [6] Fluxion-Dokumente der beschriebenen Beispiele: [http://did-apps.physik.uni-wuerzburg.de/Download/PlusLucis\\_ModellierenMitFluxion.zip](http://did-apps.physik.uni-wuerzburg.de/Download/PlusLucis_ModellierenMitFluxion.zip)
- [7] Murray, J. D.: Mathematical Biology I: An Introduction. 3. Auflage. Springer, 2008, S. 79
- [8] Shiniki, M.; Yamamoto, M.; Mori, S.: Multimode Oscillations in a Modified Van-der-Pol Oscillator Containing a Positive Nonlinear Conductance, Proc. IEEE 69 (1981) 394
- [9] Tamaševičius, A.; Mykoliaitis, G.; Pyragas V.; Pyragas, K.: A simple chaotic oscillator for educational purposes, Eur. J. Phys. 26 (2005), S. 61–63

Insbesondere dieses Beispiel lässt sich sehr gut und sehr weitgehend erweitern und vertiefen. Ein erster Schritt wäre die Berücksichtigung des Spulenwiderstandes. Weiterhin kann man den dann gedämpften Schwingkreis extern periodisch antreiben und dieses in der Modellierung berücksichtigen. Auch ist bekannt, dass durch das Ersetzen des Kondensators mit einer Kapazitätsdiode und der dadurch spannungsabhängigen Kapazität chaotische Schwingungen entstehen können. Das Vorgehen, über die Kirchhoff'schen Gesetze die Modellgleichungen aufzustellen, kann auch auf gänzlich anders aufgebaute Schwingkreise, wie zum Beispiel den in [8] und [9] dargestellten selbstangeregten Schwingkreisen übertragen werden, wodurch sich das Verhalten dieser komplexeren Schaltungen untersuchen lässt.

### 4. Abschließende Hinweise und Anmerkungen

Anhand der verschiedenen Beispiele wurde illustriert, welche Überlegungen zum erfolgreichen Modellieren notwendig sind und dass die grundlegenden Begrifflichkeiten und das Procedere durchaus anhand von einfachen Beispielen bereits in den mittleren Jahrgängen von Schülern und Schülerinnen gelernt werden können. Der besondere kognitive Gewinn, Probleme derart zu behandeln, wird ausführlich in [5] dargelegt. Die hier vorgestellte Software bietet den Vorteil einer direkten Umsetzung der Überlegung mit dem Computer. Anders als bei grafischen Modellbildungsprogrammen, die auch gewisse Vorzüge haben, gibt es hier keinen Umweg in der Umsetzung. Es gibt viele weitere Beispiele und Einsatzmöglichkeiten sowohl im Schulunterricht, als auch im Grundstudium, die hier nicht aufgeführt werden konnten. Die Fluxion-Dokumente der im Artikel behandelten Modelle sowie eine wachsende Anzahl an weiteren Beispielen und auch Tutorials befinden sich auf den Webseiten der Universität Würzburg (siehe [1+7]).

AOR Dr. Stephan Lück Lehrstuhl für Physik und ihre Didaktik, Universität Würzburg

# Was leistet die Computersimulation in der Physik?

## Erkenntnistheoretische Überlegungen zu einer neuen Methode

Claus Beisbart

### 1. Einleitung

Wer sich für Physik interessiert, stößt schnell auf die Unterteilung in experimentelle und theoretische Physik. An physikalischen Instituten finden wir Abteilungen für die beiden Richtungen, es gibt Vorlesungen in beiden Fächergruppen, und spätestens für die Masterarbeit muss man sich zwischen experimenteller und theoretischer Physik entscheiden.

Die traditionelle Unterteilung der Physik wird heute durch die computergestützte Physik (kurz: Computerphysik, engl. „computational physics“) infrage gestellt. Die wichtigste Methode der Computerphysik ist die Computersimulation. Diese wird verwendet, um Systeme der unterschiedlichsten Skalen zu untersuchen, von Spinketten über Wolken bis zum gesamten Universum. Angesichts dieser neuen Methode sprechen die Physiker Kurt Binder und Dieter Heermann von einer Art wissenschaftlicher Revolution. Sie schreiben: „the old division of physics (as well as chemistry, biology, etc.) into ‘experimental’ and ‘theoretical’ branches is no longer really complete. Rather, ‘computer simulation’ has become a third branch complementary to the first two traditional approaches” [1].

Die These von Binder und Heermann wirft interessante Anschlussfragen auf. Denn die Unterscheidung zwischen experimenteller und theoretischer Physik spiegelt zwei zentrale Aspekte der bisherigen Erkenntnisgewinnung in der Physik wieder. Diese beiden Aspekte nennt bereits Immanuel Kant, wenn er in seiner „Kritik der reinen Vernunft“ (siehe Abb. 1) schreibt: „Die Vernunft muß mit ihren Principien [...] in der einen Hand und mit dem Experiment [...] in der anderen an die Natur gehen, zwar um von ihr belehrt zu werden, aber nicht in der Qualität eines Schülers, der sich alles vorsagen läßt, was der Lehrer will, sondern eines bestellten Richters, der die Zeugen nöthigt auf die Fragen zu antworten, die er ihnen vorlegt“ [2]. Demzufolge müssen wir, um neue Erkenntnisse zu gewinnen, einerseits Prinzipien formulieren. Heute sind diese oft in mathematisierten Theorien enthalten. Daher sind fortgeschrittene Fähigkeiten in Analysis und Algebra erforderlich, um die Vorhersagen abzuleiten, die eine Theorie trifft. Deshalb hat sich die theoretische Physik auf das Formulieren und Analysieren von Theorien spezialisiert. Die Theorien müssen aber auch an der Erfahrung überprüft werden, was oft im Experiment und daher in der Experimentalphysik geschieht, die ihrerseits viel Geschicklichkeit im Umgang mit allen möglichen Materialien erfordert. Kant beschreibt die Überprüfung von Theorien dabei mit dem Bild eines Richters, der Zeugen befragt. Auf die Physik übertragen bedeutet das,

dass der Mensch im Experiment eine Frage stellt, die dann von der Natur beantwortet wird. Dass es neben dem Experiment auch die reine Beobachtung gibt, wie sie etwa für die Astronomie typisch ist, und dass die Aufteilung in experimentelle und theoretische Physik nur recht grob ist, können wir für die Zwecke dieses Artikels vernachlässigen.



**Abbildung 1:** Immanuel Kant liefert in seiner „Kritik der reinen Vernunft“ u. a. eine Wissenschaftstheorie der Physik (Quelle: Wikimedia; Foto H.-P.Haack, Copyright: CC BY-SA 3.0 <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>)

Wie lässt sich nun aber die Computersimulation in dieses Bild einfügen? Welchen Beitrag liefert sie für die Erkenntnisgewinnung in der Physik? Wie können wir ihre Beziehung zu Theorie und Experiment verstehen? Und welche Folgerungen ergeben sich für die Vermittlung von Physik im Unterricht?

Ziel dieses Beitrags ist es, diese Fragen zu beantworten. Da diese nicht von den Untersuchungsobjekten der Physik handeln, sondern vielmehr thematisieren, wie die Physik ihre Erkenntnisziele mithilfe einer neuen Methode verfolgt, gehören sie in die Wissenschaftsphilosophie. Diese hat unter anderem die Aufgabe zu verstehen, wie die wissenschaftliche Forschung vorgeht. Dazu muss sie heute auch die Computersimulation betrachten. In den Worten von Peter Galison geht es darum, Computersimulationen auf der Karte der bekannten Methoden zu lokalisieren [3]. In der Tat findet die Computersimulation seit etwa 1990 in der Wissenschaftsphilosophie mehr und mehr Beachtung; die wichtigsten Beiträge zu diesem Thema stammen von Paul Humphreys (etwa [4]) und Eric Winsberg (siehe [5]).



Mein Beitrag wird einige wichtige Positionen erwähnen, die in diesem Diskussionszusammenhang entfaltet wurden; letztlich ist mein Hauptziel aber, die eben genannten Fragen möglichst plausibel zu beantworten.

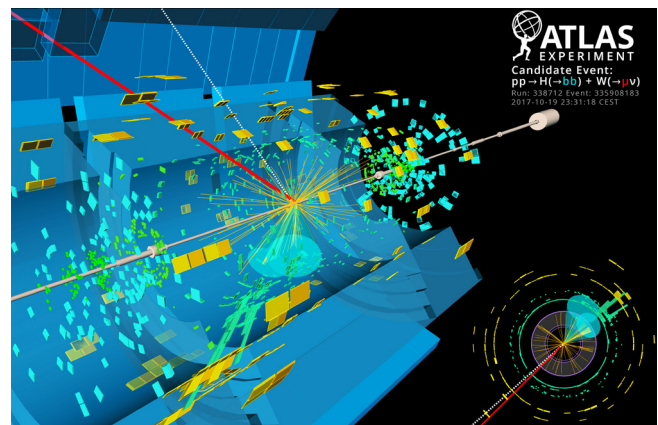
Der Aufsatz ist wie folgt aufgebaut: Ausgehend von Beispielen charakterisiere ich die Methode der Computersimulation zunächst (Abschnitt 2). Die Abschnitte 3 und 4 sind Positionen gewidmet, die Computersimulationen verstehen, indem sie diese eindeutig der experimentellen Methode oder der Theorie zuordnen. Im zweiten Fall wird es vor allem um Gedankenexperimente gehen. Ich komme in Abschnitt 5 zu einer abschließenden Antwort und zu Folgerungen für den Physikunterricht.

## 2. Was sind Computersimulationen?

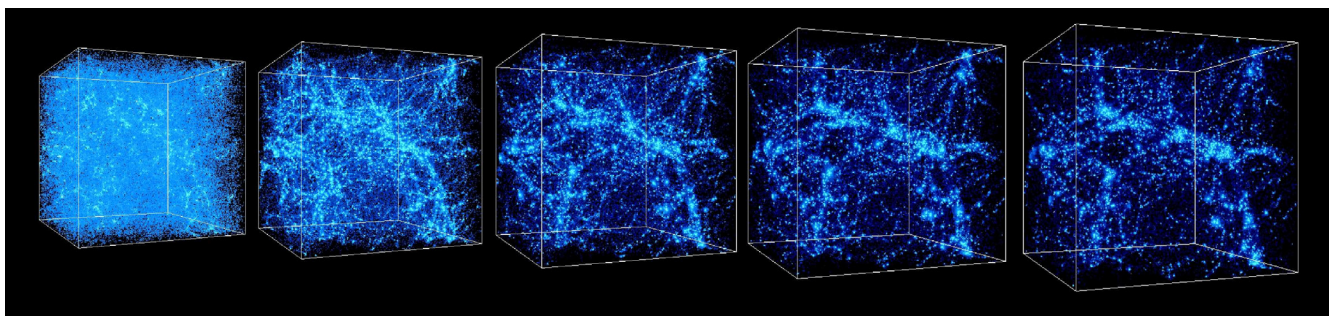
In der heutigen Kosmologie werden Computersimulationen verwendet, um die Bildung von grossräumigen Strukturen wie etwa Galaxienhaufen zu untersuchen [6,7]. Dabei geht man von einer theoretischen Beschreibung aus, die die großräumige Materieverteilung im Universum als ein kosmisches Fluidum auffasst. Dessen dynamisches Verhalten wird mit partiellen Differentialgleichungen beschrieben, die bekannten Gleichungen aus der Fluidodynamik ähneln. Diese Gleichungen lassen sich jedoch nur in den einfachsten Fällen analytisch lösen. Daher versucht man die Lösungen der Gleichungen für realistische Fälle mit den Bahnen von Fluidelementen anzunähern. Diese Fluidelemente lassen sich als Teilchen auffassen, welche die Bewegung des Fluids widerspiegeln: Wo mehrere solcher Teilchen zusammenkommen, verdichtet sich das Fluid; wo sie auseinanderlaufen, verdünnt es sich. Die Teilchen in der Simulation haben aber keine direkten physikalischen Gegenstücke, sie repräsentieren also nicht Protonen, Sterne oder Galaxien. Aus ihrer Verteilung wird vielmehr eine grossräumige Materieverteilung im Universum rekonstruiert. Die Simulationen geben deren zeitliche Entwicklung wieder, die sich sinnfällig in Bildern und Animationen darstellen lässt (siehe Abb. 2). Wenn man in den Simulationen die Anfangsbedingungen, welche die Materieverteilung im frühen Universum wiedergibt, und die Werte der sog. Kosmologischen Parameter variiert, erhält man qualitativ unterschiedliche

Verteilungen für die Gegenwart. Durch einen Vergleich mit der tatsächlichen Materieverteilung im Universum, wie sie sich etwa in Galaxienkatalogen zeigt, kann man daher etwas über die Anfangsbedingungen und die Werte der kosmologischen Parameter lernen.

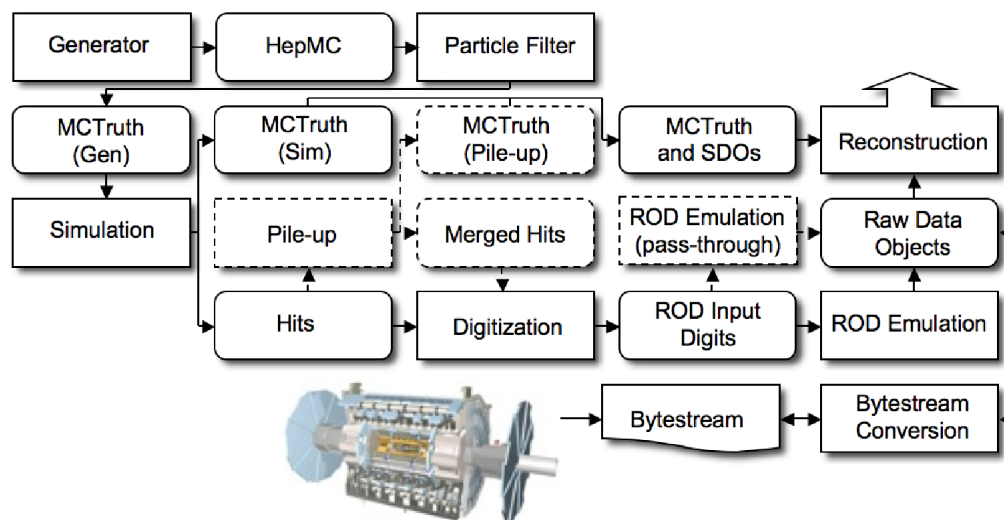
Ein anderes Beispiel für den Einsatz von Computersimulationen finden wir in der Teilchenphysik. So wurden im Rahmen des ATLAS- und des CMS-Experiments bei der Entdeckung des Higgs-Teilchens Computersimulationen verwendet [8,9,10]. Bei beiden Experimenten werden Protonen mit hohen Energien zur Kollision gebracht. Dadurch wechselwirken die Bestandteile der Protonen und erzeugen unter anderem das Higgs-Teilchen. Dieses zerfällt in einer Kaskade von Prozessen in bestimmte Produkte, die dann über Ausschläge in Detektoren nachgewiesen werden (siehe Abb. 3). Problem dabei ist, dass neben dem Higgs-Teilchen weitere Teilchen entstehen, die in ähnlicher Weise zerfallen. Das Higgs-Teilchen kann daher nur dann nachgewiesen werden, wenn es in der Statistik der beobachteten Zerfallsprodukte Abweichungen von dem gibt, was man ohne Higgs-Teilchen erwarten würde. Daher simuliert



**Abbildung 3:** Der ATLAS-Detektor mit Spuren eines Higgs-Teilchens. Die blauen Figuren in der linken Bildhälfte symbolisieren Teile des Detektors. Die Protonenstrahlen kommen von links unten und stoßen etwa in der Bildmitte zusammen. Die Linien, die von dort ausgehen, stehen für die Spuren von Zerfallsprodukten; die Plättchen zeigen Wechselwirkungen mit dem Detektor an. Unten rechts findet sich eine Darstellung der wesentlichen Information senkrecht zur Strahlrichtung. (Copyright: CERN)



**Abbildung 2:** Ergebnisse einer Computersimulation zur kosmischen Strukturbildung. Eine Box, die heute eine Länge von der Größenordnung von 100 Millionen Lichtjahren hat, wird zu unterschiedlichen Zeiten gezeigt. Die Zeit für die Box ganz links entspricht einer Rotverschiebung von 10, die rechte Box steht für heute. Gezeigt wird jeweils die Dichte der kosmischen Materieverteilung. (Copyright: A. Kravtsov und A. Klypin. Die Simulationen wurden durchgeführt im National Center for Supercomputer Applications, USA)



**Abbildung 4:** Struktur der Software für das ATLAS-Experiment. Der sog. Generator simuliert die Interaktionen der Protonen und ihrer Bestandteile und die folgenden Zerfälle. Im mit „simulation“ gekennzeichneten Schritt wird die Interaktion mit dem Detektor simuliert. Die Informationen über sog. Hits (Ausschläge am Detektor) werden dann mit weiterer Software analysiert. Zum Schluss werden Simulations- und experimentelle Ergebnisse zusammengeführt. (copyright: CERN for the benefit of the ATLAS collaboration 2010; Quelle: The ATLAS Collaboration, Aad, G., Abbott, B. et al. Eur. Phys. J. C (2010) 70: 823. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-010-1429-9>, CC BY 4.0 Licence)

man die einschlägigen Zerfälle und die Wechselwirkungen der Zerfallsprodukte mit den Detektoren einmal ohne die Annahme von Higgs-Teilchen und dann unter der Voraussetzung des Higgs-Teilchens (siehe Abb. 4). Dazu gebraucht man sog. Monte-Carlo-Simulationen. Diese verwenden Zufallszahlen, um die an sich zufälligen Zerfälle zu imitieren. So zerfällt ein Higgs-Teilchen je nach Wert der gezogenen Zufallszahl z. B. in zwei Photonen oder vier Leptonen. Die Simulationsergebnisse werden dann mit den Daten aus den echten Kollisionen verglichen, um mit hoher Signifikanz das Higgs-Teilchen nachzuweisen. Tatsächlich wurden Monte-Carlo-Simulationen nicht nur bei der Entdeckung des Higgs-Teilchen eingesetzt. Wie Perret-Gallix berichtet, sind solche Simulationen gar nicht mehr aus der experimentellen Teilchenphysik wegzudenken: “No data analysis or physics interpretation can be performed without the help of simulated data acting as a reference to the experimental output.“ [11]

Die beiden Beispiele zeigen nicht nur, wie die Computersimulation in unterschiedlichen Anwendungsgebieten hilft, Fragen zu beantworten, die man ohne sie nicht behandeln könnte. Interessant ist auch, dass das erste Beispiel der theoretischen Forschung entstammt, während im zweiten Beispiel Simulationen im Rahmen der Experimentation verwendet werden. Was aber ist eine Computersimulation ganz allgemein?

In der Wissenschaftsphilosophie wird die Computersimulation als Methode charakterisiert, innerhalb derer ein Computerprogramm ausgeführt wird, das Gleichungen wenigstens näherungsweise löst. Die Gleichungen verknüpfen dabei Kenngrößen eines echten oder wenigstens imaginierten Zielsystems und beschreiben dessen zeitlichen Verlauf. Indem der Computer die Gleichungen löst, ahmt er damit das Verhalten des Zielsystems nach [vgl. 4, S. 110]. Wenn man in dieser Charakterisierung auch die Lösungen von solchen Gleichungen

zulässt, die nicht quantitative, sondern qualitative Kenngrößen (wie etwa politische Präferenzen) verknüpfen, dann deckt sie auch sog. Akteur-basierte Simulationen ab, wie sie in vielen Bereichen der Sozialwissenschaften verwendet werden. Wichtig ist auch, dass die Computersimulation nicht unbedingt reale Systeme unter realistischen Bedingungen untersuchen muss; vielmehr ist es auch möglich, ein System unter kontrafaktischen Bedingungen zu simulieren und so eine Frage des Typs “Was wäre gewesen, wenn ...?” zu beantworten. Außerdem werden mit Simulationen auch völlig fiktive Systeme untersucht, die auch anderen Gesetzen unterliegen können, als wir sie kennen, zum Beispiel einem anderen Gravitationsgesetz.

Die eben erfolgte Charakterisierung kennzeichnet Simulationen zwar grob, beantwortet aber nicht die Frage, welchen Beitrag sie zur Erkenntnisgewinnung leisten und wie sie sich zu Experimenten und Theorien verhalten. Auf diese Frage hat man oft reagiert, indem man Computersimulationen entweder als experimentelle Methode oder als theoretisches Verfahren beschrieben hat. Damit wäre die etablierte Unterteilung der Physik durch die Computersimulation nicht gefährdet – anders, als es Binder und Heermann sehen. Wenden wir uns zunächst dem Versuch zu, Computersimulationen Experimenten anzugleichen.

### 3. Computersimulationen als Experimente?

Wer ein Experiment durchführt, stellt der Natur eine Frage. Dabei wird in einem ersten Schritt in die Natur eingegriffen: Das System, mit dem man experimentiert, wird, wenn nicht hergestellt, dann doch wenigstens so manipuliert, dass es in einem bestimmten Zustand ist. In einem zweiten Schritt wird dann die Reaktion des Systems – die Antwort der Natur – beobachtet. Dabei kennzeichnet der zweite Schritt das

Experiment als erfahrungsbasierte Methode. Der erste Schritt unterscheidet das Experiment von der reinen Beobachtung. Er bringt den Vorteil mit sich, dass Bedingungen untersucht werden können, die in der Natur selten oder gar nicht anzutreffen sind. Durch die Untersuchung besonders einfacher Systeme und die systematische Variation diverser Einflussgrößen lassen sich bestimmte Effekte und Faktoren isolieren und in ihren Abhängigkeiten beschreiben [siehe etwa 12].

Dieses Verfahren lässt sich an den Experimenten aus der Teilchenphysik illustrieren, auf die wir bereits oben eingegangen sind. Durch die Kollision von Protonen und anderen Teilchen werden in kontrollierter Weise Bedingungen hergestellt, die sonst nur selten in der Natur anzutreffen sind. Dabei lassen sich im Prinzip wesentliche Faktoren wie die Energie der Teilchen verändern. Die Zerfallsprodukte werden dann mit Detektoren beobachtet. Wie dieses Beispiel zeigt, ist die Beobachtung oft durch Messapparaturen vermittelt. Häufig basieren die Messgeräte auf vorgängig erworbenen physikalischen Kenntnissen.

Die Ergebnisse eines Experiments werden oft über seinen Untersuchungskontext hinaus verallgemeinert. So wurde aus den ATLAS- und den CMS-Experimenten die ungefähre Masse erschlossen, die das Higgs-Teilchen hat, und zwar unabhängig davon, ob es experimentell detektiert wird. Weil man in der Teilchenphysik davon ausgeht, dass Elementarteilchen immer eine bestimmte Masse haben, mutet dieser Schluss in unserem Beispiel selbstverständlich an. In anderen Experimenten ist eine Verallgemeinerung auf andere Systeme aber nicht so einfach, unter anderem weil das Experiment aufgrund des einfachen Versuchsaufbaus gegenüber der Wirklichkeit idealisiert ist. In solchen Fällen muss die sog. externe Validität des Experiments, d.h. die Übertragbarkeit auf andere Systeme, genauer geprüft werden.

Computersimulationen weisen viele Ähnlichkeiten mit Experimenten auf. So kann man auch in einer Computersimulation den Systemaufbau und die Anfangsbedingungen selbst bestimmen und die Werte bestimmter Parameter systematisch variieren. Experimente und Simulationen generieren dann Daten, die sich in ihrer Form kaum unterscheiden: In beiden Fällen werden die Werte bestimmter Kenngrößen generiert. Die Daten werden auch mit denselben Verfahren der Datenanalyse untersucht. In jedem Fall werden Ergebnisse erzielt, die oft unerwartet und überraschend sind. Diese Ergebnisse liefern letztlich Informationen über das untersuchte System und lassen sich, sofern externe Validität gegeben ist, auf andere Systeme übertragen.

Tatsächlich werden wenigstens bestimmte Computersimulationen manchmal als Experimente angesehen. Für eine solche Sichtweise plädiert z. B. Margaret Morrison [13]. Diese Auffassung wird schon dadurch nahegelegt, dass man Computersimulationen oft als "Computerexperimente" bezeichnet. Manch-

mal werden Experimente sogar durch Computersimulationen ersetzt.

Dennoch gibt es gute Gründe, Computersimulationen nicht als Experimente einzuordnen. Denn es gibt einen entscheidenden Unterschied zwischen den beiden Methoden: Während wir in einem Experiment mit dem untersuchten physikalischen System interagieren, in dieses eingreifen und es dann beobachten, entzieht sich das simulierte System bei einer Simulation unserem Eingriff und der Beobachtung. Wir interagieren zwar mit einem physikalischen System, nämlich dem Rechner, aber dieser ist nur ein Hilfsmittel und ähnelt in keinsten Weise dem System, das wir untersuchen. Dass wir in einer Computersimulation nicht wirklich mit dem untersuchten System interagieren, hat auch eine wichtige erkenntnistheoretische Folge: Es ist nicht mehr die Natur, die uns in einer Computersimulation eine Antwort gibt. Gerade diese Antwort ist aber für das Experiment kennzeichnend.

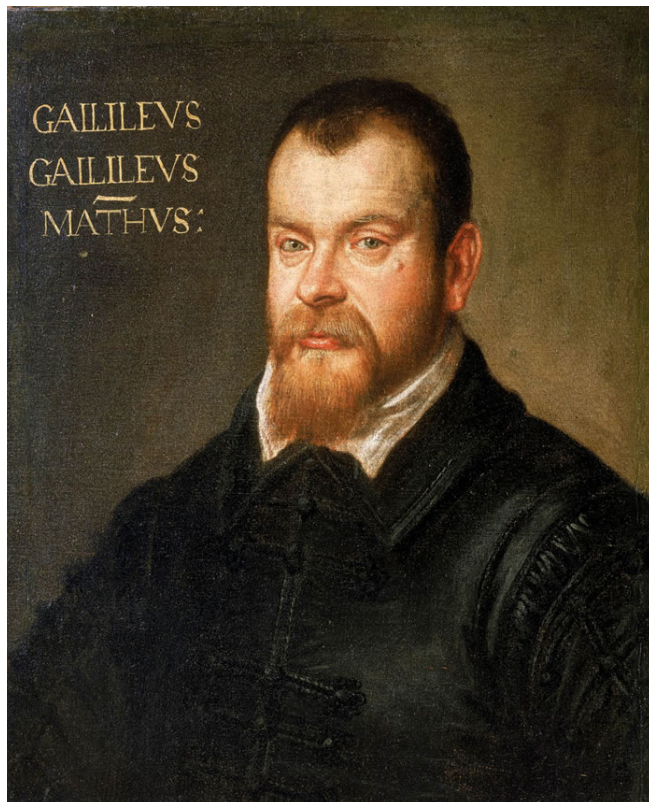
Gegen dieses Argument kann man einwenden, dass es die experimentelle Forschung in simplistischer Weise glorifiziert. Die Vorstellung, dass uns die Natur antworte, sei naiv, wenn man bedenke, dass die experimentellen Resultate mit komplizierten Messapparaten gewonnen würden und mithilfe von Modellen interpretiert werden müssten. Im ATLAS- und im CMS-Experiment verwendet man sogar Computersimulationen, um zu signifikanten Resultaten zu kommen.

Diesen Einwand kann man aber entkräften. Es ist richtig, dass sowohl Experimente als auch Computersimulationen Annahmen oder Modelle benötigen, um zu einem Resultat zu kommen. Dabei gibt es aber einen entscheidenden Unterschied [14]: Bei einer Computersimulation determinieren die verwendeten Annahmen eindeutig das Ergebnis. Bei einem Experiment ist das nicht der Fall. Das lässt sich gut an der Entdeckung des Higgs-Teilchens illustrieren. Eine Computer-Simulation der Kollisionen und der Detektoren muss annehmen, dass es ein Higgs-Teilchen gibt, bzw. dass das nicht der Fall ist. Je nachdem ergibt sich die eine oder andere Statistik der detektierten Teilchen. Das ATLAS- und das CMS-Experiment hingegen trafen keine Annahme über die Existenz des Higgs-Teilchens. Sonst wären sie wertlos für die Erkenntnisgewinnung gewesen. Vielmehr führten sie zu einer bestimmten Statistik von Zerfallsprodukten, die sich mithilfe des Computers als Signatur des Higgs-Teilchens deuten ließ.

Insgesamt ist damit klar, dass Computersimulationen keine Experimente sind. Wir können aber sagen, dass viele Computersimulationen Experimente simulieren. Besonders deutlich ist das dort, wo Computersimulationen in der Teilchenphysik imitieren, wie Teilchen die Detektoren treffen. Auch andere Computersimulationen kann man als modellierte Experimente auffassen [14]. Manchmal kann man daher ein Experiment durch eine Computersimulation ersetzen. Voraussetzung dafür ist aber, dass man das untersuchte System und die Bedingungen des Experiments angemessen modelliert hat.

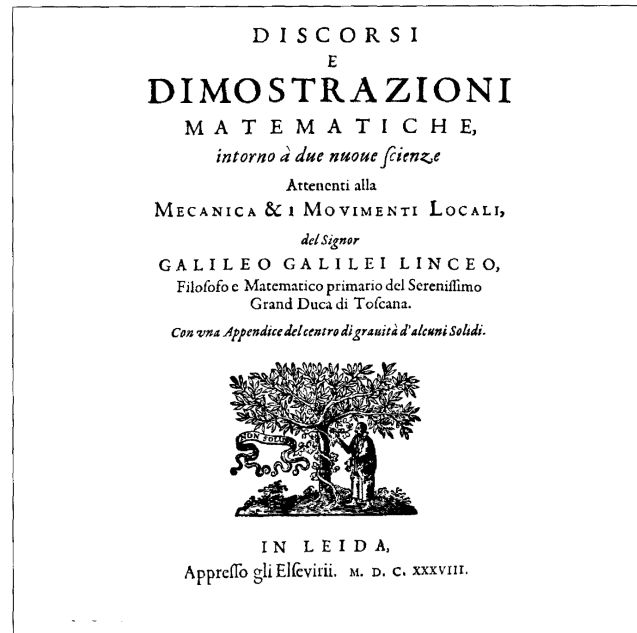
#### 4. Computersimulationen als Gedankenexperimente?

Eine andere Methode, die ebenfalls ein Stück weit das Experiment nachahmt, ist das sogenannte Gedankenexperiment. Berühmt für seine Gedankenexperimente ist unter anderem Galileo Galilei (siehe Abb. 5). In seinem wohl bekanntesten Gedankenexperiment versucht er, die aristotelische Auffassung zu widerlegen, dass schwere Körper schneller zu Boden fallen als leichte. Dazu stellt er sich vor, dass ein Körper, der aus einem leichten und einem schweren Körper zusammengesetzt ist, fallengelassen wird. Wenn Aristoteles Recht hat, dann müsste der zusammengesetzte Körper schneller als der schwerere Teilkörper fallen, da er noch schwerer als dieser ist. Auf der anderen Seite müsste der schwere Teilkörper im zusammengesetzten Körper aber auch durch den leichteren Körper, der langsamer fällt, gebremst werden. Aus der aristotelischen Auffassungen ergeben sich also widersprüchliche Folgerungen für die Fallgeschwindigkeit von zusammengesetzten Körpern. Man schließt schnell, dass die Fallgeschwindigkeit unabhängig davon sein muss, wie schwer ein Körper ist [15].



**Abbildung 5:** Galileo Galilei ist für seine Gedankenexperimente bekannt, Gemälde von D. Tintoretto. (gemeinfrei)

Allgemein lässt sich ein einfaches Gedankenexperiment in zwei Schritte aufteilen. In einem ersten Schritt wird ein System konstruiert, freilich nur gedanklich. In einem zweiten Schritt wird dann gedanklich antizipiert, welches Verhalten sich im System zeigt. Das eben geschilderte Gedankenexperiment von Galileo ist etwas komplexer, weil sich dort in Gedanken im Lichte einer bestimmten Theorie zwei Resultate ergeben, die dann weiterverarbeitet werden.



**Abbildung 6:** In den „Discorsi“ von Galileo Galilei (hier das Titelblatt) findet sich das berühmte Gedankenexperiment zu den fallenden Körpern. (gemeinfrei)

Es ist nun naheliegend, Computersimulationen als Gedankenexperimente aufzufassen. In beiden Fällen wird ein Versuchsaufbau konstruiert, aber eben nicht in Wirklichkeit, sondern gedanklich oder mit einem Modell. In beiden Fällen wird dann ohne echte Beobachtung ein Resultat erzielt. Mit dieser Kategorisierung wären Computersimulationen eindeutig der theoretischen Seite der physikalischen Vorgehensweise zuzurechnen. Denn das Gedankenexperiment ist eine theoretische Methode. Sie kommt ohne echte Beobachtung aus und ist damit nicht-empirisch.

Die Auffassung, dass Computersimulationen Gedankenexperimente sind, ist aber nicht besonders erhellend, ehe nicht deutlicher ist, wie ein Gedankenexperiment zu neuer Erkenntnis verhilft. Über die Funktionsweise des Gedankenexperiments gibt es in der Wissenschaftsphilosophie unterschiedliche Auffassungen. Einer eher nüchternen Sichtweise zufolge ist das Gedankenexperiment einfach ein Argument, in dem aus bestimmten Annahmen Folgerungen gezogen werden [16]. Diese Auffassung lässt sich gut auf die Computersimulation übertragen [17]: Letztlich werden in einer Computersimulation Folgerungen aus bestimmten Voraussetzungen gezogen, die in die Simulation einfließen. Im Beispiel der kosmologischen Simulationen lag das Hauptproblem ja gerade darin, dass sich die Gleichungen für das kosmische Fluidum nicht lösen ließen. Das heißt aber nichts anderes, als dass man die Lösungen nicht aus den Gleichungen und den Anfangsbedingungen schließen konnte. Genau dies leistet im Prinzip die Computersimulation. Allerdings verwendet diese Näherungsverfahren. Denn auch der Computer kann die Differentialgleichungen oft nicht lösen. Er approximiert sie mit Näherungen, die zu gewissen Fehlern führen, die sorgsam abgeschätzt werden müssen. In diesem Sinne sind die Schlussfolgerungen, die der Computer zieht,

anderer Art als jene, die für Gedankenexperimente typisch sind. Zu beachten ist auch, dass das Erschließen eines Resultats in typischen Gedankenexperimenten transparent erfolgt, so dass es von den meisten Menschen gut nachvollzogen werden kann. Bei Computersimulationen ist das nicht der Fall, weil der Prozess der Schlussfolgerung zu kompliziert ist – und gerade deshalb werden Computersimulationen ja verwendet. Das hat zur Konsequenz, dass traditionelle Gedankenexperimente eher das Verständnis befördern als das Computersimulationen tun.

Andere Auffassungen von Gedankenexperimenten leugnen, dass diese bloß Argumente sind. So ist etwa Jim Brown der Meinung, dass einige Gedankenexperimente direkt einen Einblick in naturgesetzliche Zusammenhänge liefern [18]. Dieser Einblick ist dabei nicht über die Wahrnehmung vermittelt, sondern letztlich eine Leistung des Verstandes. Zu einer solchen Leistung sind Computer wohl nicht fähig, weshalb Computersimulationen nicht solchartige Gedankenexperimente sein können. Auch Brown leugnet aber nicht, dass einige Gedankenexperimente angemessen als Schlussfolgerungen aufgefasst werden können, und diese bedienen sich letztlich derselben Erkenntnisweise wie Computersimulationen.

## 5. Fazit und Schlussfolgerungen

Welches Bild ergibt sich nun insgesamt für die Vorgehensweise der Physik? Die These von Binder und Heermann, dass es neben den beiden klassischen Pfeilern der Physik, nämlich Experiment und Theorie, neu eine dritte Stütze gibt, ist in einem gewissen Sinne sicher richtig: Es gibt heute Fachtagungen und Fachzeitschriften für computerbasierte Physik, und vielleicht kann man schon von einer eigenen “community” für Simulationen sprechen. In einem tieferen Sinne aber, der es mit der Erkenntnisgewinnung zu tun hat, ist die für die computerbasierte Physik zentrale Methode der Computersimulation kein eigenständiger Pfeiler – so wenigstens wurde hier argumentiert. Denn die Computersimulation lässt sich als theoretische Methode auffassen, die bestimmten Gedankenexperimenten nahekommt. Zentrales Ziel ist es dabei, Schlussfolgerungen über reale oder imaginierte Systeme auf der Basis von Modellannahmen zu ziehen. Dabei gibt es eine gewisse Ähnlichkeit mit Experimenten, die aber nicht darüber hinwegtäuschen sollte, dass Computersimulationen der echte empirische Zugriff auf ein Zielsystem abgeht.

Wir können unsere Ergebnisse nochmal schön zusammenfassen, indem wir das Bild von Kant weiterdenken. Wenn unsere Resultate richtig sind, dann hat die Physik keinen dritten Arm bekommen. Vielmehr konnte die Leistungsfähigkeit des einen, theoretischen Arms mit künstlicher Hilfe verbessert werden (vgl. dazu den Ansatz in [4]). Wie das Beispiel der Simulationen in der Teilchenphysik zeigt, kann der “enhance” Arm auch verwendet werden, um kunstvoller Gegenstände zwischen beiden Armen zu jonglieren, zum Beispiel bei der Auswertung von Experimenten.

Was heißt das nun für die Vermittlung von Physik im Unterricht? Insofern der Physikunterricht auch die Methoden der Physik behandeln soll, ergeben sich keine bedeutenden Konsequenzen, denn wie argumentiert wurde, hat sich das Vorgehen der Physik nicht grundsätzlich verändert. Hervorzuheben ist allerdings, dass Simulationen selbst sehr fruchtbar im Unterricht eingesetzt werden können. Das sollte nicht allzu sehr verwundern, denn schließlich sind Simulationen in anderen Bereichen, etwa der Ausbildung im Flugwesen mit dem Flugsimulator, gang und gäbe. Allerdings kann es beim simulationsgestützten Physikunterricht nicht primär darum gehen, den Schülerinnen und Schülern bestimmte Reaktionen auf diverse Situationstypen anzutrainieren, wie es der Flugsimulator tut. Unsere Resultate geben vielmehr zwei Hinweise dazu, was der Gebrauch von Simulationen im Unterricht leisten kann. Dabei vernachlässige ich die Auswahl und die Implementation von numerischen Lösungsverfahren sowie das Verfertigen eines Computersimulationsprogramms. Natürlich lernt man das Verfahren der Computersimulation am besten kennen, wenn man sich praktisch auch mit diesen Aspekten der Simulation beschäftigt. Aber im Folgenden geht es gar nicht darum, die Simulation als Technik zu vermitteln; außerdem ist das Programmieren nur mit geeigneten Vorkenntnissen zu bewerkstelligen.

Erstens haben wir gesehen, dass Computersimulationen Schlussfolgerungen aus Annahmen ziehen. Oft handelt es sich bei diesen Annahmen um Aussagen aus Theorien, die Naturgesetzcharakter haben, und zusätzliche Modellannahmen. Computersimulationen lassen sich daher verwenden, um mit einer Theorie oder einem Modell vertraut zu werden. Welche Bahnen lassen sich etwa in einem Zweikörperproblem erzeugen, wenn die Kraft proportional zum inversen Quadrat des Abstands ist? Welche Bahnen ergeben sich, wenn man die Abstandabhängigkeit der Kraft verändert? Indem Schülerinnen und Schüler diese Frage mithilfe von Computersimulationen beantworten, können sie in spielerischer und anschaulicher Form einen Zugang zu einem bestimmten Naturgesetz oder zu einer Theorie gewinnen.

Zweitens wurde aufgezeigt, dass Computersimulationen manchmal Experimente simulieren. Daher lassen sich die Simulationen verwenden, um im Unterricht wichtige physikalische Experimente zu vermitteln. Dabei können die Schülerinnen und Schüler wie im echten Experiment die Anfangsbedingungen variieren oder mit ihnen herumspielen, wie man oft auch sagt. Sie erhalten weiterhin Ergebnisse, die den Datensätzen aus echten Experimenten ähneln. Diese können sie mit geeigneter Software weiterverarbeiten. In diesem Sinne ahmen sie Tätigkeiten nach, die für das Experimentieren zentral sind, und lernen so die experimentelle Methode kennen. Die Vorteile dieses Einsatzes von Computersimulationen liegen auf der Hand: Ohne Materialverbrauch können auch komplizierte Experimente nachvollzogen werden. Allerdings lernen die Schülerinnen und Schüler so nicht die Widerständigkeit diverser Materialien, die so manches Experiment behindert. Dafür kann

die Lehrperson bei der Gelegenheit darauf hinweisen, dass die Computersimulation auch in der physikalischen Forschung selbst Einsatz findet.

**Prof. Dr. Claus Beisbart** *Institut für Philosophie, Universität Bern, Schweiz*

## Literatur

- [1] Binder, K. & Heermann, D. 2010, Monte Carlo Simulation in Statistical Physics: An Introduction, Graduate Texts in Physics, Springer Verlag, Berlin, S. 1
- [2] Kant, I. 1787, Kritik der reinen Vernunft, 2. Auflage, hier zitiert nach der Ausgabe der Preußischen Akademie der Wissenschaften, Band III, S. 10
- [3] Galison, P. 1996, Computer Simulations and the Trading Zone, in: Galison, P. & Stump, D. J., (Hrsg.), The Disunity of Science. Boundaries, Contexts, and Power, Stanford University Press, Stanford, 1996, S. 118-157, S. 120
- [4] Humphreys, P. 2004, Extending Ourselves: Computational Science, Empiricism, and Scientific Method, Oxford University Press, New York
- [5] Winsberg, E. 2010. Science in the Age of Computer Simulations. Chicago: University of Chicago Press
- [6] Bertschinger, E. 1998, Simulations of Structure Formation in the Universe, Annual Review of Astronomy and Astrophysics 36, S. 599-654
- [7] Dolag, K., Borgani, S., Schindler, S., Diaferio, A., & Bykov, A. M. 2008, Simulation Techniques for Cosmological Simulations, Space Science Reviews 134, S. 229-268, preprint unter <http://arxiv.org/abs/0801.1023v1>
- [8] ATLAS collaboration 2012, A Particle Consistent with the Higgs Boson Observed with the ATLAS Detector at the Large Hadron Collider, Science 338(6114), S. 1576-1582
- [9] CMS collaboration: 2012, A New Boson with a Mass of 125 GeV Observed with the CMS Experiment at the Large Hadron Collider, Science 338(6114), 1569-1575
- [10] ATLAS collaboration 2010, The ATLAS Simulation Infrastructure, Eur. Phys. J. C 70, S. 823-874
- [11] Perret-Gallix, D. 2002, Simulation and Event Generation in High-energy Physics, Computer Physics Communications, Proceedings of the Europhysics Conference on Computational Physics Computational Modeling and Simulation of Complex Systems 147(1-2), S. 488-493.
- [12] Heidelberger, M., Experimentation and Instrumentation, in: Borchert, D. (Hrsg.), Encyclopedia of Philosophy. Appendix, Macmillan, New York, 2005, S. 12-20
- [13] Morrison, M. 2009, Models, Measurement and Computer Simulation: The Changing Face of Experimentation, in: Philosophical Studies 143, S. 33-57
- [14] Beisbart, C. 2018, Are Computer Simulations Experiments? And If Not, How Are They Related to Each Other? In: European Journal for Philosophy of Science 8, S. 171-204
- [15] Galilei, G., Le Opere di Galileo Galilei, G. Barbera, Florenz 1933; Vol. VIII, S. 107-109
- [16] Norton, J. D. 1996, Are Thought Experiments Just What You Thought? In: Canadian Journal of Philosophy 26, 333-366
- [17] Beisbart, C. 2012 How Can Computer Simulations Produce New Knowledge? European Journal for Philosophy of Science 2, S. 395-434
- [16] Brown, J. R. 1991, The Laboratory of the Mind: Thought Experiments in the Natural Sciences, Routledge, London

# Bericht über die Generalversammlung 2018

*Thomas Plotz*

Die jährliche Generalversammlung des Vereins fand am Montag 19.11.2018 in den Räumen des neuen Schulversuchspraktikums in der Porzellangasse statt. Obmann Martin Hopf begrüßte die anwesenden Mitglieder und begann unmittelbar danach mit seinem Bericht über das Vereinsjahr 17/18.

Erfreulich war der Ablauf und der Besuch der 71. Fortbildungswoche im Februar 2018. In 15 Vorträgen, 18 Workshops und 11 Exkursionen hatten Physik und ChemielehrerInnen die Möglichkeit, sowohl fachliche als auch fachdidaktische Neuheiten zu hören. Neu war in diesem Jahr der Nachmittag für PrimarstufenlehrerInnen, der mit etwa 100 BesucherInnen hervorragend besucht war. Prof. Wiesner aus München hielt hier einen spannenden Vortrag über Magnetismus und die LehrerInnen hatten im Anschluss die Möglichkeit in unterschiedlichen Workshops ihr Wissen zu vertiefen. Die positive Resonanz führte dazu, dass der Nachmittag künftig alle zwei Jahre Teil der Fortbildungswoche sein wird.

Durch die Neuaufstellung der Vereinszeitung ist es gelungen nun konstant vier Ausgaben pro Jahr herauszugeben. Der Obmann dankt dem verantwortlichen Schriftleiter Thomas Plotz für sein Engagement. Die Planung für die nächsten Jahre ist schon im Gange und die positive Entwicklung wird hoffentlich fortgesetzt. Zusätzlich wurden bereits elf institutionelle Abonnements abgeschlossen, sodass die Zeitschrift auch in Bibliotheken und an Forschungsinstitutionen aufliegen wird. Dies erhöht die Sichtbarkeit des Vereins und der Zeitschrift in der Öffentlichkeit. Momentan wird intensiv daran gearbeitet die Zeitschrift in Deutschland bekannt zu machen.

Der Obmann weist in diesem Zusammenhang darauf hin, dass in diesem Jahr bereits 55 neue Mitglieder dem Verein beigetreten sind und somit der Verein über 1162 Mitglieder verfügt. Die Neugestaltung der Homepage inklusive einer Möglichkeit zur elektronischen Anmeldung helfen dieser Entwicklung. Der Obmann dankt Sarah Zloklikovits für die geleistete Arbeit.

Nach dem Obmann berichtet die Kassierin aus dem abgelaufenen Bilanzjahr. Auch wenn der Verein im Vereinsjahr

ein leichtes Minus erwirtschaftet hat, liegt dies immer noch im prognostizierten Rahmen. Die Ausgaben verteilen sich zu gleichen Teilen auf die Fortbildungswoche und die Vereinszeitung, welche auch die wichtigsten Punkte der Vereinsaktivität darstellen. Der Kassenprüfer merkt an, dass der budgetäre Kurs weiter beibehalten werden soll. Zudem merkt er die makellose Kassenführung an und stellt den Antrag auf Entlastung. Dieser wird einstimmig angenommen.

Bei der Neuwahl des Vorstandes wurde der Wahlvorschlag

- Obmann: Martin Hopf
- Stv. Obfrau: Anja Lembens
- Schriftführerin: Claudia Haagen-Schützenhöfer
- Stv. Schriftführer: Thomas Plotz
- Kassierin: Andrea Hauff- Achleitner
- Stv. Kassierin: Marianne Korner

einstimmig angenommen.

Die beiden langjährigen Rechnungsprüfer stehen nicht mehr zur Verfügung. Der Obmann bedankte sich für die langjährige Arbeit und schlägt Philipp Spitzer und Sarah Zloklikovits als neue RechnungsprüferInnen vor. Dieser Vorschlag wurde ebenfalls einstimmig angenommen.

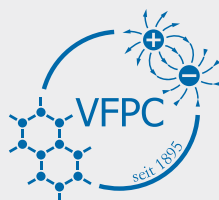
Der Vorstand sieht keine Veranlassung den Mitgliedsbeitrag zu verändern. Dieser Vorschlag wird einstimmig angenommen. Der Mitgliedsbeitrag beträgt somit jährlich 20 EUR, für PensionistInnen 15 EUR und für Studierende 5 EUR.

An Ende gibt der Obmann noch einen kurzen Ausblick auf die 73. Fortbildungswoche und weist auf das neue Anmeldesystem hin, welches in diesem Jahr ausprobiert wird.

Die Generalversammlung schließt um 18:30.

---

**Mag. Dr. Thomas Plotz** *stv. Schriftführer, Verein zur Förderung des physikalischen und chemischen Unterrichts*



## Nachrichten aus dem Verein

### Fortbildungswoche

Der diesjährige Anmeldecode für die 73. Fortbildungswoche lautet: FBW2019

Bitte die Großschreibung beachten!

### Geschlechtergerechten Sprache im Plus Lucis

Im Sinn einer geschlechtergerechten Sprache bemühen wir uns nun bei Plus Lucis um eine hefteinheitliche Schreibweise. Schon bisher haben die AutorInnen bei der Formulierung der Texte eine gendergerechte Sprache benutzt. Die verwendeten Schreibweisen waren jedoch nicht einheitlich. Die HerausgeberInnen werden künftig gebeten eine einheitliche Schreibweise zu unterstützen.

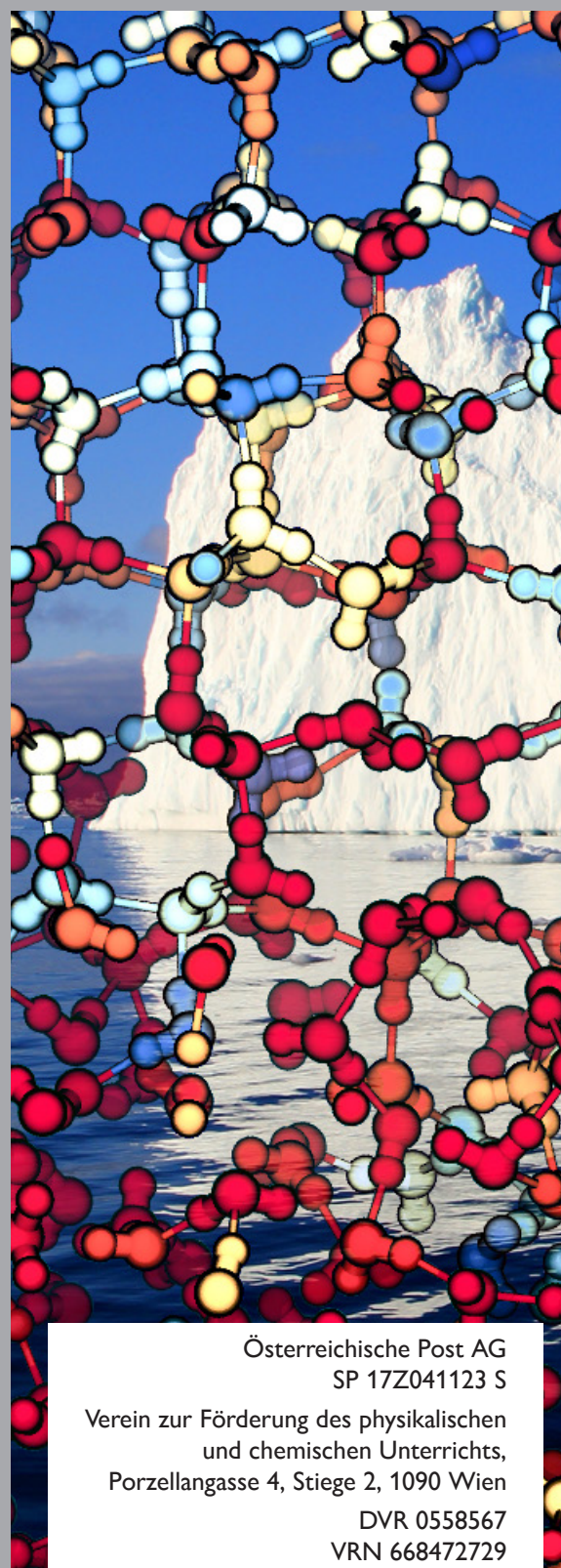
### Bekanntgabe von Adressänderungen

Wir bemühen uns redlich unsere Adressdatei immer aktuell zu halten. Dennoch kommt es vor, dass Mitglieder umziehen und sich dadurch die Adresse ändert. Wir bitten Sie diese Änderungen ehestmöglich an uns weiterzugeben. Wenn Hefte an uns zurückgesendet werden, können wir diese nicht nochmals versenden, sondern bitten Sie diese entweder bei der Fortbildungswoche oder nach kurzer Meldung selbst am AECC abzuholen.

### Möglichkeit des institutionellen Abonnements der Zeitschrift

Nachdem die Zeitschrift nun in Deutschland eine etwas größere Verbreitung findet, wurde im Juni die Möglichkeit geschaffen auch als Institution (Schule, Bibliothek, Universität, ...) ein Abonnement abzuschließen. Dies war bisher nicht möglich, da das Abonnement an eine Mitgliedschaft im Verein gebunden war, welche natürlichen Personen vorbehalten ist.

Wir hoffen so die Bekanntheit, aber auch die Verbreitung zu vergrößern und freuen uns über entsprechende Abonnements. Sollten Sie daran Interesse haben, so schreiben Sie bitte ein Mail an [schriftenleitung@pluslucis.org](mailto:schriftenleitung@pluslucis.org) für nähere Informationen.



Österreichische Post AG  
SP 17Z041123 S

Verein zur Förderung des physikalischen  
und chemischen Unterrichts,  
Porzellangasse 4, Stiege 2, 1090 Wien

DVR 0558567  
VRN 668472729

**Impressum:** Medieninhaber (Verleger) und Hrsg.: Verein zur Förderung des physikalischen und chemischen Unterrichts. Druck: Fa. Wograndl GmbH, Mattersburg

**Retouren an:** AECC Physik Universität Wien, Porzellangasse 4, Stiege 2, 1090 Wien.